ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MARS 1927.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président**, annonçant la mort de M. *Charles Graebe*, s'exprime en ces termes :

J'ai le pénible devoir d'adresser au nom de l'Académie un dernier hommage à la mémoire de **Charles Graebe**, Correspondant pour la section de Chimie.

Élève de von Baeyer, puis professeur à l'Université de Genève, Graebe est mort à l'âge de 86 ans, dans sa ville natale de Francfort-sur-le-Main. Il avait porté son puissant effort sur la chimie organique, et il a contribué dans une très large mesure au progrès de cette science, par les découvertes qu'il réalisa dans l'histoire des substances dites aromatiques, notamment des quinones.

Ses travaux de chimie théorique ont eu, par surcroit, cette bonne fortune de jouer un rôle incontesté dans l'évolution de la chimie industrielle, qui naissait en ces temps, dans les laboratoires de von Baeyer et de Berthelot.

Le nom de Graebe est attaché à l'une des synthèses qui ont le plus vivement impressionné l'esprit des savants par la manière rationnelle dont elle a été accomplie, et l'esprit public, par les conséquences qu'elle a eues et qui se développent encore actuellement : la synthèse de l'alizarine.

Ce fut en employant un procédé imaginé par von Baeyer, procédé qui permet de réduire les subtances aromatiques oxygénées, que Graebe, aidé de C. Liebermann, était arrivé à dériver de l'alizarine naturelle, l'anthracène. Il en conclut que l'alizarine était un dérivé de l'anthracène, il en donna une formule nouvelle et exacte, et trouva le moyen, qu'il réalisa par diverses réactions, de transformer inversement l'anthracène en alizarine.

C'était la première fois qu'une matière colorante naturelle d'une telle importance était fabriquée synthétiquement. Une nouvelle industrie s'ouvrait, où tout était à créer, où Graebe créa tout, à force d'ingénuité et de recherches théoriques nouvelles, qui entraînèrent le renouvellement des méthodes mises en œuvre antérieurement par la technique.

La synthèse de l'alizarine vers 1869 et sa substitution rapide au produit tiré jusqu'alors de la garance, comme vers 1897 l'apparition de l'indigo synthétique, ont été des triomphes pour la chimie organique.

Leurs conséquences furent multiples en dehors même de leurs applications; ainsi, l'extraction de l'anthracène du goudron de houille et sa purification conduisirent Graebe à isoler un nouveau carbure isomère de l'anthracène qu'il étudia dans le même ordre d'idées, et qui lui a donné aussi des dérivés hydroxydés de couleurs variées.

Un autre ensemble de recherches d'un haut intérêt théorique est encore à porter à son actif. Il établit entre la constitution moléculaire des corps organiques et leur couleur des relations dont la connaissance a joué depuis un rôle important dans les travaux des chimistes qui s'occupent des matières colorantes. Par là, il s'est élevé à un premier aperçu sur les groupes chromophores et a été conduit à considérer la coloration comme dépendante de l'existence dans la molécule d'un groupement tétravalent de deux carbones.

On chercherait en vain dans l'œuvre de Graebe la limite entre la science pure et la science appliquée, tant il sut par leur mutuel et constant concours, enchaîner leurs progrès et les solidariser. Nul n'a appris plus élégamment que lui, combien les organismes géants de l'industrie moderne peuvent croître et se développer quand ils sont fécondés par le souffle éthéré de la science pure.

ÉLASTICITÉ. — *Poutre rectangulaire chargée en un point. Angle sous la charge quand elle devient infiniment longue. Conséquence pour les plaques.* Note de M. **Mesnager**.

J'ai donné [1] les expressions en série simple des tensions de la poutre rectangulaire indéfinie de hauteur $2h$ et d'épaisseur e, chargée de F aux points $x = 2ka$ et supportant des réactions égales aux points $x = a + 2ka$. Ces expressions ont l'avantage d'être beaucoup plus simples que celles connues jusqu'à présent.

---

[1] *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1050.

Je me propose de chercher aujourd'hui quelle est la déformation de la fibre moyenne de cette poutre, $y = 0$, quand a devient infini par rapport à h.

Des formules connues d'élasticité à deux dimensions

$$\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = T \tag{1}$$

$$E\frac{\partial u}{\partial x} = N_1 - \sigma N^2 \tag{2}$$

je tire l'équation des déplacements verticaux de la fibre moyenne

$$E\frac{\partial v}{\partial x} = 2(1+\sigma)T - \int_0^x \left(\frac{\partial N_1}{\partial y} - \sigma\frac{\partial N_2}{\partial y}\right)dx. \tag{3}$$

J'obtiendrai les déplacements en remplaçant T, N_1 et N_2 par les valeurs que j'ai antérieurement données.

En faisant $y = 0$ dans (3) ainsi modifié, j'obtiens des expressions dans lesquelles je fais croître $\frac{a}{h}$ indéfiniment. Pour lever les indéterminations et obtenir des expressions simples, il suffit de développer sh et ch en série et après réduction de se limiter aux termes de plus faible puissance en mh au numérateur et au dénominateur. Quand $\frac{a}{h}$ est suffisamment grand un nombre arbitraire de termes de la série trigonométrique se confond à telle approximation qu'on veut avec la limite ainsi obtenue, et l'on a la forme de la solution. On trouve ainsi

$$E\frac{\partial v}{\partial x} = 2(1+\sigma)\frac{F}{ae}\sum_i \frac{1}{\frac{1}{3!}+\frac{1}{2!}}\frac{a}{\pi h}\frac{\sin i\frac{\pi x}{a}}{i} +$$
$$+ \frac{F}{ae}\sum_i \frac{2a^3}{\pi^3 h^3\left(\frac{1}{3!}+\frac{1}{2!}\right)}\frac{\sin i\frac{\pi x}{a}}{i^3}.$$

En tenant compte des expressions connues

$$\sum_i \frac{\sin iz}{i} = \frac{\pi}{4}, \qquad \sum_i \frac{\sin iz}{i^3} = \frac{\pi z(\pi - z)}{2^3} \quad (^1),$$

---

(1) ESTANAVE, *Sommations de quelques séries trigonométriques*, p. 104. Hermann, 1903.

de $2h.e = A$, aire de la section et $2h^3 e : 3 = I$, moment d'inertie il vient

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \mu\, 1,5 \frac{F}{2} \frac{1}{A} + \frac{1}{4} \frac{F}{EI} x(a - x). \tag{4}$$

Le second membre de cette expression renferme deux termes, le premier dû à l'effort tranchant, le second au moment fléchissant.

Je ne crois pas que le premier, qui exprime l'angle de raccordement entre deux solutions de Saint-Venant, ait jamais été donné. On savait bien qu'il devait être peu différent de $\mu \frac{F}{A}$, mais on ignorait le coefficient exact. On inclinait en général à penser qu'il était compris entre 1 et 1,5.

Le second est exactement la formule usitée en résistance des matériaux pour la déformation de la poutre. En effet l'expression de l'inclinaison est suivant cette formule usuelle et en tenant compte de ce que le moment s'annule pour $x = \frac{a}{2}$

$$\int_0^x \frac{M\,dx}{EI} = \frac{F}{2} \frac{1}{EI} \int_0^x \left(\frac{a}{2} - x\right) dx = \frac{1}{4} \frac{F}{EI} x(a - x).$$

On savait par les expériences de flexion sur les substances transparentes entre polariseurs croisés que la zone, dans laquelle la solution de Saint-Venant (autrement dit la résistance des matériaux) ne s'applique pas aux abords d'une charge concentrée, est assez étroite. On voit ici que cette zone devient infiniment étroite quand le moment est infiniment grand.

On néglige généralement le premier terme du second membre de la formule (4) parce qu'il est petit par rapport au second pour les pièces longues, mais il est important de remarquer que l'inclinaison $\frac{\partial v}{\partial x}$ présente une discontinuité sous la charge. La tangente varie brusquement d'un angle $\mu\, 1,5 \frac{F}{A}$.

Donc comme l'a observé dans un travail récent M. Garabedian, les deux parties d'une plaque mince chargée suivant une ligne ne doivent pas avoir même tangente de part et d'autre de cette ligne. La poutre en effet peut être remplacée par une plaque portée sur des murs indéfinis, chargée sur des droites parallèles aux murs, les formules subsistent, sauf qu'il faut diviser dans toutes les formules les déplacements par $1 - \sigma^2$. En négligeant l'angle le long d'une courbe fermée portant une charge uniforme il est possible qu'on modifie certains résultats dans les calculs de plaques.

De Saint-Venant négligeait cet angle ([1]). Cependant il admettait l'existence d'un point anguleux sous la charge ([2]) ce qui n'est pas tout à fait exact. Le rayon de courbure y est bien nul, car la courbure y est infinie; mais la série donnant les inclinaisons est absolument et uniformément convergente, elle est donc continue. On le constate facilement en transformant en série simple. Les inclinaisons, quand la charge est au centre de la plaque, tendent vers zéro en s'approchant de ce point. On s'en rend compte aussi avec la plaque circulaire mince chargée au centre, il n'y a pas de discontinuité à proprement parler dans l'inclinaison de la tangente radiale, bien que le rayon de courbure passe par zéro (l'inclinaison est donnée par une expression de la forme $x \log x$, qui a pour limite zéro pour $x = 0$). Il y a un plan tangent horizontal sous la charge.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les procédés de répérage d'alignement par les ondes hertziennes et sur les radiophares d'alignement.* Note ([3]) de M. **André Blondel.**

I. *Systèmes à ondes courtes.* — On sait que l'on peut, à l'aide de systèmes d'antennes accouplées. reliées ensemble par une ou deux jonctions horizontales de manière à former des cadres ouverts ou fermés, réaliser la concentration des ondes hertziennes dans certaines régions de l'espace et faire apparaître par interférence (à grande distance par rapport à la longueur d'onde λ) suivant certains azimuts, des plans nodaux, c'est-à-dire dans lesquels il ne se propage aucune onde.

J'ai décrit dès 1902 ([4]) trois types de tels cadres, présentant des particularités différentes :

a. Cadre dans lequel les deux antennes verticales sont parcourues par des courants de phases opposées (déphasage $\varphi = \pi$), espacées entre elles au plus d'une demi-longueur d'onde $\left(d = \frac{\lambda}{2}\right)$; le plan nodal à distance d'utilisation est un plan perpendiculaire au plan des antennes.

b. Cadre dans lequel les deux antennes précédentes sont excitées en

([1]) Traduction de Clebsch, Dunod, 1883, p. 355 notamment.

([2]) Même volume, p. 897, 8e ligne à partir du bas.

([3]) Séance du 28 février 1927.

([4]) A. Blondel, *Congrès de l'Association française pour l'avancement des Sciences* (32e session, Angers, 1903), p. 374, et Brevet belge, n° 163516 de 1912.

concordance de phase; le plan nodal se confond avec le plan des antennes.

c. Cadre dans lequel la différence de phase entre les antennes est égale à la phase perdue par une onde se propageant d'une antenne à l'autre $\left(\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)$; le plan nodal passe encore par les antennes, mais la distribution du rayonnement, au lieu d'être symétrique comme dans les deux premiers cas, est dissymétrique; le plan nodal n'existe que dans un sens unique.

M. Bellini a repris le même sujet d'une façon plus complète ([1]).

Les cadres des types *a* et *b* peuvent être employés, sur ondes courtes de 20 à 100^{m}, pour baliser, sur mer et dans l'air, un alignement correspondant au plan nodal; il suffit d'exciter le cadre au moyen d'un système générateur d'oscillations approprié, produisant des ondes musicales, pour constituer un radiophare d'alignement. En 1912, on employait pour les radiophares à ondes courtes établis sur nos côtes des émetteurs à étincelles, aujourd'hui on emploie avantageusement des postes à lampes, alimentées directement sur les plaques par un alternateur à fréquence musicale.

On peut intercaler le circuit oscillant du générateur dans la ligne de jonction entre les bases des antennes, ou coupler ce circuit par induction ou par capacité avec cette même ligne de jonction. La mise à la terre du système sera faite soit par connexion directe du point central, soit au moyen de deux condensateurs d'équilibrage, ou enfin de deux circuits inductance capacités entre les bases des antennes et la terre.

Le navigateur maritime ou aérien, qui se trouve dans un « angle mort » au voisinage du plan nodal n'entend aucun son. Pour annuler l'amplitude de cet angle mort, qui dépend de la forme des courbes de rayonnement et de la puissance des signaux par rapport à la portée, on a remplacé la méthode d'observation des silences par une méthode d'égalisation de deux sons reçus alternativement, suivant un principe que j'ai indiqué en 1910.

Des applications de cette méthode ont été faites avec succès, notamment aux États-Unis par le Bureau of Standards de Washington, la Marine et l'Aviation. Il n'y a plus de zone d'extinction, et la précision avec laquelle on relève l'angle d'alignement α dépend simplement de la variation différentielle des deux réceptions, c'est-à-dire de $\frac{f'(\alpha)}{f(\alpha)}$, en désignant par $\rho = f(a)$ l'équation polaire de la courbe de répartition à grande distance des amplitudes des ondes, dans un plan horizontal. Le plan des antennes doit être orienté perpendiculairement à l'alignement repéré.

([1]) Bellini, *Jahrbuch für drahtlose Telegrafie*, **1**, 1909, p. 381.

Avec les antennes espacées d'une demi-longueur d'onde excitées en opposition de phase, la sensibilité est maxima quand les plans des cadres d'antennes ont 90° l'un et l'autre (1), la précision serait plus grande encore avec des antennes espacées de trois quarts de longueur d'onde et formant des cadres décalés de 120° environ.

Système nouveau. — Le dispositif qui précède peut être réduit à un seul cadre produisant alternativement deux distributions de champ analogues à celles des deux cadres indépendants. A cet effet, nous exciterons les deux antennes avec des phases différentes par un oscillateur unique à ondes musicales réuni à elles par des connexions qu'un commutateur automatique intervertira périodiquement. Soient δ la différence de marche des émissions des deux antennes en fraction de longueur d'onde, d leur écartement, α l'angle du plan nodal à grande distance avec le plan perpendiculaire au plan des antennes; α est déterminé par la condition : $d \sin\alpha + \delta = \frac{\lambda}{2}$ avec $d \leqq l$ pour éviter toute ambiguïté dans les azimuts; d'où, par exemple, pour $d = \frac{\lambda}{2}$: $\sin\alpha = 1 - \frac{2\delta}{\lambda}$; pour $d = \frac{3\lambda}{4}$: $\sin\alpha = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}\frac{\delta}{\lambda}$.

On donnera à δ une valeur comprise entre $\frac{\lambda}{4}$ et $\frac{\lambda}{10}$ suivant les cas. Pour réaliser pratiquement ce genre d'excitation, il suffit d'intercaler dans les circuits de plaque des triodes émettrices un phasemètre formé de deux bobines à angle droit disposées comme dans le goniomètre Bellini-Tosi et montées, l'une en série avec l'inductance du circuit oscillant inductance-condensateur, l'autre en série avec le circuit oscillant lui-même; les courants dans les deux bobines sont décalés d'environ $\frac{\pi}{2}$; une troisième bobine mobile par rapport aux deux premières, sera le siège d'une force électromotrice de phase réglable à volonté. L'une des antennes sera reliée par fil horizontal (ramené à la longueur *équivalente* convenable par des inductances et capacités convenables) à une bobine excitée inductivement par la bobine du circuit oscillant; l'autre sera reliée de même à la bobine mobile du phasemètre $\Big($ou simplement à une bobine induite par la bobine mise en série avec le circuit oscillant, si l'on veut réaliser entre les antennes un décalage des phases voisin de $\frac{\pi}{2}\Big)$. La mise à la terre des antennes peut se

(1) On a trouvé que par ce procédé l'erreur totale de l'alignement ne dépasse pas 200^{m} à des portées de 80^{km}.

faire soit en un point du système oscillant, soit, au pied des antennes, par liaisons inductances-capacités ordinaires. Un commutateur tournant inversera périodiquement les liaisons du système excitateur avec les deux antennes. Le navigateur constatera l'égalité des sons des émissions alternativement provoquées, quand il se trouvera dans le plan perpendiculaire au plan des antennes. Quand il s'en écartera, il constatera la prédominance d'une ou l'autre des deux formes de champ, caractérisées par des signaux Morse différents complémentaires, qui s'emboîtent les uns dans les autres de façon que le son total paraisse continu lors de l'égalisation. On devra choisir l'angle entre les deux plans nodaux respectifs assez grand (comme dans le cas des deux cadres) pour que le navigateur se place d'abord aisément dans cet angle au moyen d'un simple relèvement goniométrique, et évite ainsi toute ambiguïté sur les indications fournies par les signaux.

II. *Ondes très courtes* (5 à 10^m). — Ces systèmes à cadres sont très simples, mais ont l'inconvénient d'envoyer des ondes dans tout l'espace; on peut l'éviter en remplaçant les deux cadres décalés considérés plus haut par deux rideaux d'antennes dirigées d'un des types que j'ai décrits en 1912, ou de ceux qui ont été imaginés plus récemment, par exemple deux rideaux en grecques, du type ingénieux de M. Mesny, formés d'éléments verticaux et horizontaux réunis tous en série et dont l'un est excité par un oscillateur.

On peut également employer deux rideaux en forme d'échelles, dont chacun sera constitué par deux conducteurs horizontaux espacés verticalement d'une demi-longueur d'onde et réunis entre eux à des intervalles d'une demi-longueur d'onde par des fils verticaux, formant ainsi une série de cadres carrés, de périmètre 2λ mis bout à bout dans un même plan, se mettant tous en vibration synchronique (comme les ponts de Lecher).

Chaque échelle produira une concentration maxima dans la direction de son plan et l'angle, d'ouverture utile des faisceaux dépendra de la longueur de l'échelle. En disposant l'une au-dessus de l'autre, soit deux échelles de ce genre, soit deux grecques Mesny, formant entre elles un angle de 20 à 30° par exemple, on pourra, au moyen d'un inverseur périodique, exciter alternativement un élément de chacune inductivement par un même système oscillateur à lampes, donnant des ondes musicales, et produire par conséquent l'émission dirigée tantôt par une échelle, tantôt par l'autre; celle qui est au repos sera mise automatiquement hors de résonance par une ou plusieurs coupures convenables.

Le plan bissecteur des deux rideaux déterminera, après réglage précis, l'alignement avec une précision bien plus grande que dans les cas précé-

dents, grâce à la forme plus effilée des faisceaux périodiquement échangés. En outre, le rayonnement sera limité à l'angle utile des faisceaux des deux rideaux, et l'on pourra éviter ainsi de troubler d'autres communications.

Les signaux en ondes courtes ou très courtes peuvent être reçus, comme l'a montré M. Mesny, par antenne de bord et récepteur à superréaction.

Les indications ainsi données au navigateur le forcent à zigzaguer autour de l'alignement balisé; pour éviter cette sujétion, nous les compléterons par l'emploi du radiogoniomètre de bord sur ondes longues, en ajoutant simplement au poste émetteur une troisième antenne excitée par un autre circuit oscillant, accordé sur $\lambda = 1000^m$ par exemple. Enfin le même poste peut signaler au navigateur la distance en émettant, synchroniquement avec les signaux de la troisième antenne, des signaux sous-marins de fréquence musicale, émis par un vibrateur à membrane, immergé en un point convenable et relié au poste par un câble de longueur appropriée.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Contribution à l'étude de la matière fulminante : Exemples de décomposition spontanée.* Note [1] de M. E. **Mathias**.

1. *Cas d'une foudre dont la forme géométrique n'est pas définie.* — En 1750, le 2 juillet, à 15^h, l'abbé Richard, se trouvant pendant un orage dans l'église Saint-Michel de Dijon, vit paraître entre les deux piliers de la grande nef « une flamme d'un rouge assez ardent qui se soutenait en l'air à trois pieds du pavé de l'église; elle s'élança ensuite à la hauteur de 12 à 15 pieds en *augmentant de volume*... elle finit *en se dilatant* par un bruit semblable à celui d'un canon que l'on aurait tiré dans l'église même » [2].

Explication. — La décomposition de la matière fulminante augmentant son volume, en vertu du principe d'Archimède, elle s'élève dans l'air progressivement. A la fin, sa température étant assez basse, le reste, non encore décomposé, explose dans l'église même.

2. *Cas de foudres sphériques.* — Le 29 août 1791, un globe de feu tournait au-dessus d'un pré, près de Pavie; il court aux pieds nus d'une jeune

---

[1] Séance du 21 février 1927.

[2] Camille Flammarion, *Les phénomènes de la foudre*, p. 111. Ernest Flammarion, Paris.

fille, monte sous sa jupe, *qu'il gonfle comme une ombrelle*, sort ensuite par la poitrine et s'élance dans l'air en éclatant (Spallanzani) ([1]).

Explication. — L'augmentation de volume de la matière fulminante décomposée spontanément est prise sur le fait de manière originale.

3. Le P. Lozeran du Fesch, professeur de mathématiques à l'Université de Perpignan, dans une lettre à Sarrau, secrétaire de l'Académie de Bordeaux, publiée à Paris en 1727, décrit les phénomènes observés le 2 septembre 1716, vers 15h, par deux voyageurs descendant des monts du Cantal et qui furent enveloppés par un orage remarquable par ses éclairs sphériques et dit :

« ... On en voyait de toutes les grosseurs : les uns, *tout petits au moment de leur apparition, augmentaient considérablement de volume en peu de temps*... » ([2]).

Explication. — Il s'agit évidemment de globes fortement électrisés qui se décomposent spontanément, les produits de la décomposition lente restant groupés sous la forme sphérique, tandis que le globe de Spallanzani, qui laissait se dégager librement les gaz résultant de sa décomposition, devait être peu ou pas électrisé parce qu'il n'est pas question de secousse ressentie par la jeune fille, par ailleurs très légèrement brûlée.

4. *Cas observé à Azerailles (Meurthe-et-Moselle), vers* 18h45m, *le* 21 *juin* 1913. — « Dans le centre superficiel d'un grand cumulus très haut et de couleur sombre, ... on vit sortir un petit globe blanc. *Il augmenta de volume jusqu'à atteindre la grandeur apparente de la Lune pleine*, et alors *il s'en échappa un long panache blanc* qui serpentait autour et finalement toute l'apparition, qui avait duré cinq minutes, s'affaiblit ... » ([3]).

Explication. — Il s'agit là d'un globe blanc, *sans lumière propre*, c'est-à-dire d'une foudre habillée d'un nuage de vapeur d'eau fortement électrisé à sa surface. Par refroidissement, il se décompose lentement et progressivement en gardant d'abord sa forme sphérique à cause de sa pression électrostatique. Les *hétérogénéités thermiques* donnent un appendice caudal formé surtout de vapeur d'eau; puis, la charge électrique se dissipant peu

---

([1]) Ignazio Galli, *Della protezione offerta dai parafulmini e di alcuni quesiti sulla natura del fulmine*, § 38, p. 46 (Estratto dalle *Memorie della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei*, 26, 1908).

([2]) Camille Flammarion, *Les phénomènes de la foudre*, p. 116. Cité par Galli.

([3]) Cosmos, *Revue des Sciences et de leurs applications*, 69, 1913, p. 6. Cité aussi par Galli.

à peu, le globe et le panache se dissipent à leur tour sans explosion; du moins l'observation n'en fait pas mention.

5. *Cas observé à Eisleben vers 19ʰ le 3 mars 1888 par le professeur A. Otto et un de ses collègues.* — Ils étaient dans la campagne pendant qu'un orage déversait de la neige avec abondance; aux confins d'un bois distant d'environ 400^{m}, ils virent un globe vivement jaune, gros en apparence comme une bulle ordinaire de savon (?) qui rasait la cime des arbres. Pendant une petite seconde, il resta fixe et sans changement; après, *il se dilata jusqu'au double de la pleine Lune* et disparut sans bruit. [*Das Wetter,* avril 1888 ([1])].

Explication. — Les flocons de neige ont refroidi la foudre globulaire et, partant, hâté sa décomposition; la matière, en se décomposant lentement, a augmenté de volume, la pression électrostatique maintenant en place les produits de sa décomposition; la charge électrique du globe disparaît rapidement au milieu de l'air fortement ionisé et conducteur, permettant ainsi aux gaz résultant de la décomposition de se disperser.

Conclusion. — Les exemples précédents prouvent que, quand la matière fulminante se décompose, elle augmente notablement de volume; elle est donc le résultat d'une combinaison avec contraction de volume. Par suite, *l'hypothèse fondamentale de notre explication synthétique de la foudre peut être considérée comme solidement établie.*

6. Le professeur Galli a publié une statistique de 156 cas dans lesquels il indique la valeur approximative du diamètre des foudres sphériques. Si l'on porte la fréquence en ordonnée et le diamètre en abscisse, on obtient une courbe en cloche, la fréquence la plus grande correspondant à un diamètre de 20 à 30^{cm}, les diamètres extrêmes étant très rares ([2]).

Cette statistique indique que l'on vit *une fois* un globe d'environ 2^{m} de diamètre à Belfort, le 22 septembre 1803.

Les dimensions démesurées de certains globes sphériques que l'on a signalés ultérieurement, et dont le diamètre dépasserait dans certains cas 10^{m}, *globes qui disparaissent sans tonnerre dans les nuées* — c'est-à-dire en montant — s'expliqueraient s'il s'agissait de matière fulminante décom-

---

([1]) Ignazio Galli, *Supplemento alla storia ai caratteri e agli effetti del fulmine globulare*, § 13, p. 47 (Estratto dalle *Memorie della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei*, 2ᵉ série, 2, 1916.

([2]) Ignazio Galli, *I principali caratteri dei fulmini globulari*, § 15, p. 30-32 (Estratto dalle *Memorie della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei*, 28, 1910.

posée, maintenue sphérique par une pression éléctrostatique juste suffisante, le globe disparaissant sans explosion lorsque cette contre-pression s'annule progressivement par dissipation de la charge dans l'air ionisé et conducteur.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1927, ouvert en la séance du 28 février, est clos en celle du 7 mars.

49 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Bordin, Francœur.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hamy, Kœnigs.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet, Boileau.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Rateau, Mesnager.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Goursat, Breton.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Valz, G. de Pontécoulant, fondation Antoinette Janssen.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lebesgue, Cotton.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef.* — MM. Guignard, Douvillé, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Termier.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Sebert, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Rateau, Mesnager, Laubeuf, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Borel, Lebesgue.

VI. Physique : *Prix Gaston Planté, Hébert, Henri de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, fondation Clément Félix.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Villard, Branly, Berthelot, Janet, Brillouin, Perrin, Cotton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, M. de Broglie.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Schlœsing, Le Chatelier, Moureu, Lindet, Béhal, Urbain, Bertrand, Desgrez, Matignon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, L. de Launay, Depéret, Haug, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Mangin.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de Coincy, Jean de Rufz de Lavison.* — MM. Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Henneguy, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard, Molliard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Flahault, Bertrand.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Da Gama Machado, fondation Savigny.* — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Henneguy, Marchal, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Richet.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut, Charles Mayer.* — MM. A. d'Arsonval Guignard, Roux, Henneguy, Branly, Richet, Quénu, Widal, Bazy, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Desgrez.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Henneguy, Mangin, Richet, Quénu, Widal.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mesnil, Molliard.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. A. d'Arsonval, Guignard, Roux, Henneguy, Mangin, Branly, Richet, Quénu, Widal, Bazy, Mesnil, Vincent.

XIV. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Lecornu, Lecomte, Borel, M. d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, Lebesgue.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, L. de Launay, Berthelot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Richet, Borel.

XVI. Ouvrages de science : *Prix Henri de Parville.* — MM. Émile Picard, Appell, A. Lacroix, Barrois, Hamy, Moureu, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, Le Chatelier, Desgrez.

XVII. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré.* — MM. Barrois, Hamy, Émile Picard, A. Lacroix.

XVIII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel.* — MM. Barrois, Hamy, Appell, Guignard, Émile Picard, A. Lacroix.

XIX. *Prix fondé par l'État* (*Grand prix des Sciences physiques*). — MM. A. d'Arsonval, Guignard, Lacroix, Douvillé, Le Chatelier, Henneguy, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Barrois, L. de Launay.

XX. *Prix Alhumbert.* — MM. Roux, Lacroix, Le Chatelier, Wallerant, Joubin, Mesnil, Molliard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Urbain.

XXI. *Prix Lallemand.* — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, Henneguy, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Widal, Gravier.

XXII. *Prix Maujean.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Lacroix, Widal, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Picard, Richet.

XXIII. *Prix Petit d'Ormoy* (*Sciences mathématiques pures ou appliquées*). — MM. Boussinesq, Picard, Appell, Painlevé, Bigourdan, Lecornu, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hadamard, Kœnigs.

XXIV. *Prix Petit d'Ormoy* (*Sciences naturelles*). — MM. Guignard, Roux, Bouvier, Lacroix, Douvillé, Mangin, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Henneguy, Mesnil.

XXV. *Prix Parkin.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Moureu, Richet, Quénu, Bertrand, Desgrez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Vincent.

XXVI. *Prix Saintour.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Baillaud, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hamy, M. d'Ocagne.

XXVII. *Prix Lonchampt.* — MM. Guignard, Roux, A. Lacroix, Mangin, Richet, Leclainche, Bertrand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Marchal, Mesnil.

XXVIII. *Prix Wilde.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Guignard, A. Lacroix, Bigourdan, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu le plus de suffrages : MM. Hamy, Puiseux.

XXIX. *Fondation Pierre Lafitte.* — MM. Bigourdan, Villard, Branly, Berthelot, Brillouin, Ferrié, Cotton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Janet, Perrin.

XXX. *Fondation Roy-Vaucouloux.* — MM. Roux, Richet, Quénu, Bazy, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. d'Arsonval, Widal.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à désigner dix de ses Membres qui devront, en vertu du décret interministériel du 18 février 1927, la représenter à la *Commission supérieure des Inventions*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° André Defour, *L'énergie des marées ou houille bleue*. Notice et planches. (Présenté par M. J. Bigourdan.)

2° W. A. Obrutschew, *Ueber einige neue Anschauungen in der Tektonik*.

3° *Le Problème de la Conservation des Matériaux, des Habitations et des Monuments*, par A. Knapen. (Présenté par M. J. Breton.)

4° Chapel, *Les catastrophes météorologiques de l'année et leurs causes*.

5° Victor Mosséri, *Revue sommaire des récents travaux sur le maintien et l'amélioration de la qualité des cotons égyptiens*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les partages d'un système d'entiers en groupes de sommes données*. Note de M. **M. Potron**, présentée par M. d'Ocagne.

Étant donnés : un entier N, $2n$ entiers non négatifs α_l et β_l $(l=1, \ldots, n)$ vérifiant $\Sigma\alpha_l = N$ et $\Sigma\beta_l = \frac{N(N+1)}{2}$, soit $C_{N,\alpha}^{\beta}$ une combinaison de α des N premiers entiers ayant pour somme β; on demande de former tous les ensembles de combinaisons possibles $\mathcal{C}^{(\beta)}N, (\alpha)$, comprenant n combinaisons $C_{N,\alpha_l}^{\beta_l}$ et qui reproduisent, à l'ordre près, l'ensemble des N premiers entiers, puis de calculer leur nombre.

1. Soient les $2N$ polynomes à $2n$ variables

$$P_i = \sum_{k=1}^{k=n} a_{ik} x_k y_k^i \quad (i=1, \ldots, N), \qquad \mathcal{P}_h = \prod_{i=1}^{i=h} P_i \quad (h=1, \ldots, N),$$

et $b_{h;\lambda_1,\ldots,\lambda_n}^{\mu_1,\ldots,\mu_n}$ le coefficient, dans $\mathcal{P}_h$, de $\Pi x_l^{\lambda_l} y_l^{\mu_l}$; on voit que $b_{N;\alpha_1,\ldots,\alpha_n}^{\beta_1,\ldots,\beta_n}$ est une somme de produits $\prod_{i=1}^{i=N} a_i k_i$. Dans chacun, les indices i tels que $k_i = l$ forment une $C_{N,\alpha_l}^{\beta_l}$; et l'ensemble forme une $\mathcal{C}^{(\beta)}N, (\alpha)$. Toutes ces combinaisons figurent de cette manière dans le coefficient considéré; et, si l'on a r systèmes distincts (α_j, β_j) répétés q_j fois $(j=1, \ldots, r \leqq n, \Sigma q_j = n)$, la même combinaison y figure $\Pi q_j!$ fois.

2. Si l'on remplace tous les a_{ik} par 1, on voit que le nombre des $\mathcal{C}^{(\beta)}N, (\alpha)$ distinctes est le quotient, par $\Pi q_j!$ du coefficient de $\Pi x_l^{\alpha_l} y_l^{\beta_l}$ dans

$$\prod_{i=1}^{i=N} \left(\sum_{k=1}^{k=n} x_k y_k^i \right).$$

3. Pour former ces coefficients, on pourra utiliser les récurrences

$$b_{h;\lambda_1,\ldots,\lambda_k,\ldots,\lambda_n}^{\mu_1,\ldots,\mu_k,\ldots,\mu_n} = \sum_{k=1}^{k=n} a_{hk} b_{h-1;\lambda_1,\ldots,\lambda_k-1,\ldots,\lambda_n}^{\mu_1,\ldots,\mu_k-h,\ldots,\mu_n}.$$

Le calcul peut d'ailleurs être dirigé de manière que l'on n'obtienne qu'une fois chacune des combinaisons cherchées.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les diagrammes de la probabilité.* Note [1] de M. **Beniamino Segre**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans le problème des épreuves répétées, si p est la probabilité constante des cas favorables, donc $q = 1 - p$ la probabilité contraire, la probabilité P pour que dans n épreuves consécutives k soient favorables et $n - k$ défavorables est

$$P = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad [2].$$

Pour étudier cette probabilité, on peut avoir recours à une représentation géométrique [3]. Prenons dans un plan un système de coordonnées Cartésiennes (x, y), et, *pour une valeur fixée de n*, marquons les points $A_k^{(n)}$ dont l'abscisse $x_k^{(n)}$ est l'écart, et l'ordonnée $y_k^{(n)}$ est la probabilité P correspondante

$$(1) \qquad \begin{cases} x_k^{(n)} = k - np, \\ y_k^{(n)} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}. \end{cases}$$

On peut donner à k toutes les valeurs entières (positives ou négatives) en convenant que $\binom{n}{k}$ soit nul pour $k < 0$ et pour $k > n$. En joignant avec des segments de droite chaque point $A_k^{(n)}$ avec le successif $A_{k+1}^{(n)}$, on obtient *un diagramme de la probabilité* $\Delta^{(n)}$ [4].

2. Le diagramme $\Delta^{(n)}$ coïncide avec le semi-axe des x négatives jusqu'au point $A_{-1}^{(n)}$; puis il croît jusqu'à avoir un maximum ou deux maximums consécutifs et égaux, après quoi il décroît jusqu'au point $A_{n+1}^{(n)}$ de l'axe des x;

---

(1) Séance du 28 février 1927.

(2) Cf. par exemple Émile Borel, *Éléments de la théorie des probabilités*, Chap. V, n° 28 (Paris, Hermann, 1924).

(3) Cf. Guido Castelnuovo, *Calcolo delle probabilità*, vol. 1, Chap. IV, n° 31 (Bologna Zanichelli, 1926).

(4) Pour n très grand, le diagramme $\Delta^{(n)}$ peut s'assimiler à la *courbe de la probabilité*

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{x^2}{2npq}}.$$

ensuite il coïncide avec le semi-axe des x positives [1]. L'aire comprise entre $\Delta^{(n)}$ et l'axe des x vaut $\sum_{k=0}^{n} y_k^{(n)} = 1$.

3. On a une propriété curieuse si l'on considère deux diagrammes consécutifs $\Delta^{(n)}$ et $\Delta^{(n+1)}$, savoir que *le deuxième est inscrit dans le premier :* précisément en se servant des (1), on voit aisément que le sommet $A_k^{(n+1)}$ est sur le côté $A_{k-1}^{(n)} A_k^{(n)}$, quels que soient k et n [2]. Cette proposition permet, avec une simple construction graphique, de passer de $\Delta^{(n)}$ à $\Delta^{(n+1)}$, et donc de construire successivement tous les diagrammes en partant de $\Delta^{(0)}$: les sommets de celui-ci ont les abscisses entières et les ordonnées toutes nulles, sauf celle qui correspond à $x = 0$ qui vaut 1.

4. Un côté $A_k^{(n)} A_{k+1}^{(n)}$ de $\Delta^{(n)}$ qui ne soit pas sur l'axe des x, sera dit *inflexionnel* pour $\Delta^{(n)}$, lorsque les côtés voisins sont situés de part et d'autre de lui : dans ce cas, les aires des triangles $A_k^{(n+1)} A_k^{(n)} A_{k+1}^{(n+1)}$ et $A_{k+1}^{(n+1)} A_{k+1}^{(n)} A_{k+2}^{(n+1)}$ sont de signes opposés, et le diagramme $\Delta^{(n+1)}$ *traverse* en $A_{k+1}^{(n+1)}$ le diagramme $\Delta^{(n)}$. Cela posé, on a aisément que :

Un diagramme $\Delta^{(n)}$ présente généralement deux côtés inflexionnels, l'un dans le trait ascendant, et l'autre dans le trait descendant ; il est traversé deux fois par le diagramme $\Delta^{(n+1)}$, et précisément en des points de ces deux côtés [3].

---

(1) Cela est mis en évidence par la formule

$$y_k^{(n)} - y_{k+1}^{(n)} = \frac{n!\, p^k q^{n-k-1}}{(k+1)!\,(n-k)!}(x_k^{(n)} + q) \qquad (\text{pour } k = -1, 0, \ldots, n),$$

qu'on déduit aisément des (1).

(2) D'ici on a tout de suite que le maximum de $\Delta^{(n+1)}$ n'est jamais plus grand que le maximum de $\Delta^{(n)}$, et est égal à celui-ci seulement dans le cas où $\Delta^{(n)}$ a deux maximums égaux.

(3) Ce qui précède est plus clair si l'on fait un dessin schématique.

En substituant aux diagrammes les courbes de la probabilité, on a la proposition suivante :

Si l'on considère la famille de courbes $y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$, son enveloppe coïncide avec la courbe lieu des points d'inflexion des courbes de ladite famille.

En effet, ces deux courbes sont données l'une et l'autre par deux branches des hyperboles conjuguées $xy = \frac{\pm 1}{\sqrt{2\pi e}}$.

GÉOMÉTRIE. — *Une généralisation nouvelle du théorème de Phragmén-Brouwer.* Note ([1]) de M. **Paul Alexandroff** ([2]), présentée par M. J. Hadamard.

1. Le but de la présente Note est de démontrer le théorème suivant, qui constitue une seconde généralisation ([3]), assez définitive, du théorème de Pragmén-Brouwer :

Théorème fondamental. — *Soient* F_1 *et* F_2 *deux ensembles fermés et bornés situés dans l'espace n-dimensionnel* E^n, *et r un entier non négatif quelconque, inférieur à* $n-1$. *Supposons donné un complexe fermé r-dimensionnel* Γ^r *qui n'est pas enlacé* ([4]) *avec* F_1 *ni avec* F_2, *tout en étant étranger à la somme* $F = F_1 + F_2$ *de ces deux ensembles ; si l'on a, pour la partie commune* Φ *aux ensembles* F_1 et F_2,

$$p^{n-r-2}(\Phi) = 0,$$

Γ^r *n'est pas enlacé avec l'ensemble-somme* F.

2. Les propositions suivantes sont des conséquences immédiates du théorème fondamental.

Corollaire I. — *Si, dans les suppositions de l'énoncé précédent,*

$$\dim \Phi \leq n - r - 3,$$

on a $\Gamma^r \sim 0$ (dans $E^n - F$).

Remarque. — En posant dans l'énoncé du corollaire I $r = 0$, on obtient le théorème de Phragmén-Brouwer généralisé tel que je l'ai démontré

([1]) Séance du 7 février 1927.

([2]) Le lecteur est supposé au courant des notions et des résultats exposés dans mes Notes précédentes : 1° *Sur la dimension des ensembles fermés* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 640) ; 2° *Sur les multiplicités cantoriennes et le théorème de Phragmén-Brouwer généralisé* (*ibid.*, p. 722) ; 3° *Une définition des nombres de Betti pour un ensemble fermé quelconque* (ce volume, p. 317) ; 4° *Sur la décomposition de l'espace par des ensembles fermés* (ce volume, p. 425) ; elles seront désignées simplement par leurs numéros respectifs 1, 2, 3, 4.

([3]) La première généralisation est donnée dans ma seconde Note.

([4]) Nous dirons que le complexe fermé Γ^r *n'est pas enlacé* avec l'ensemble fermé ψ (situé dans E^n), si l'on a

$$\Gamma^r \sim 0 \qquad (\text{dans } E^n - \psi);$$

Γ^r est dit *enlacé* avec ψ dans le cas contraire. Voir, pour la définition des homologies $\Gamma^r \sim 0$ et des complexes fermés, par exemple le livre de M. Veblen *Analysis Situs* (*Cambridge Colloquium*, 1916, réimpression de 1922, p. 73 et 81).

dans ma deuxième Note; en posant en outre $n=2$, on obtient l'énoncé classique du théorème de Phragmén-Brouwer.

Corollaire II. — *Si* Γ^r *est enlacé avec un ensemble fermé* F, *tandis qu'on a quel que soit le vrai sous-ensemble fermé* F_0 *de* F,

$$\Gamma^r \sim 0 \qquad (\text{dans } E - E_0),$$

l'ensemble F *ne peut être décomposé par aucun ensemble* Φ *vérifiant la condition* $p^{n-r-2}(\Phi)=0$ [donc, en particulier, par aucun ensemble de dimension $\leq n-r-3$ et par aucun ensemble simplement connexe [1] de dimension $n-r-2$ [2]].

Corollaire III [théorème d'Urysohn généralisé [3]]. — *Une frontière commune de deux ou plusieurs domaines connexes (dans* E^n*) ne peut être décomposé par aucun ensemble de dimension* $n-3$, *et par aucun ensemble simplement connexe de dimension* $n-2$; *elle est donc, en particulier, une multiplicité cantorienne (fermée) à* $n-1$ *dimensions.*

3. *Démonstration du théorème fondamental.* — Il existe, d'après nos suppositions, deux complexes K_1^{r+1} et K_2^{r+1} (l'indice supérieur désignant toujours le nombre de dimensions) tels que

$$K_1^{r+1} \equiv \Gamma^r \qquad (\text{dans } E^n - F_1)$$

et

$$K_2^{r+1} \equiv \Gamma^r \qquad (\text{dans } E^n - F_2),$$

où le signe $\equiv$ a la signification habituelle (due à Poincaré), à savoir, par exemple, que K_1^{r+1} a Γ^r pour sa frontière complète (qui, selon notre convention, doit être envisagée *modulo* 2).

Posons

$$\Gamma^{r+1} = K_1^{r+1} + K_2^{r+1} \qquad (\text{mod } 2);$$

le complexe fermé Γ^{r+1} est évidemment étranger à Φ; comme, d'autre part, $p^{n-r-2}(\Phi)=0$, il résulte du lemme III de ma quatrième Note qu'on a

$$\Gamma^{r+1} \sim 0 \qquad (\text{dans } E^n - \Phi).$$

Nous nous trouvons donc dans les hypothèses d'un théorème de

---

(1) Un ensemble fermé F de dimension λ est dit *simplement connexe*, si l'on a $p^\lambda(F)=0$.

(2) Un cas particulier du corollaire II est la proposition suivante :

Si l'on a, dans les suppositions du corollaire II, $\dim F = n-r-1$, F *est une multiplicité cantorienne fermée ne pouvant être décomposée par aucun ensemble simplement connexe de dimension* $n-r-2$.

(3) Voir, pour les références bibliographiques, ma seconde Note (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 425).

M. Alexander [1], dont l'application directe nous donne l'homologie désirée

$$\Gamma^r \sim 0 \qquad (\text{dans } E^n - F). \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux dont les tangentes appartiennent à des complexes linéaires* [2]. Note [3] de M. **Jacques**, présentée par M. Kœnigs.

Soient M un tel réseau; R, S ses transformés par la méthode de Laplace en allant de u vers v et de v vers u; ξ, η les paramètres normaux de ses tangentes, m et n ses rotations.

On peut supposer que les complexes linéaires admettent le troisième axe de coordonnées comme axe central commun. On désignera par m, r, s les réseaux projection de M, R, S sur le plan formé par les deux premiers axes.

Dans ces conditions, on a [4]

$$e^{\varphi} = \xi_1\eta_2 - \xi_2\eta_1 = nV = mU.$$

Déterminons A, B, C, D de telle manière que pour $i = 1, 2$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial \xi_i}{\partial u} &= A\xi_i + B\eta_i, \\ \frac{\partial \xi_i}{\partial v} &= n\eta_i; \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial \eta_i}{\partial u} &= m\xi_i, \\ \frac{\partial \eta_i}{\partial v} &= C\xi_i + D\eta_i; \end{aligned}\right.$$

on en déduit

$$\left\{\begin{aligned} A &= \frac{\partial \varphi}{\partial u}, \\ D &= \frac{\partial \varphi}{\partial v}; \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial v} + B\frac{\partial \varphi}{\partial v} &= 0; \\ \frac{\partial C}{\partial u} + C\frac{\partial \varphi}{\partial u} &= 0; \end{aligned}\right.$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u\,\partial v} + BC = mn.$$

Les variables et les paramètres normaux étant choisis de façon con-

---

[1] *Amer. Trans.*, 23, 1922, p. 342, *corollary* W^i.

[2] Mémoire de M. Wilczinski, *Académie Royale de Belgique*, 2e série, 3, 1912, fascicule V.

[3] Séance du 21 février 1927.

[4] Notes de M. C. Guichard, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 1185; 173, 1921, p. 145.

venable, on peut écrire

$$e^{\varphi} = \xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1 = n = m,$$

$$B = C = e^{-\varphi},$$

$$i = 1,\ 2 \quad \begin{cases} \dfrac{\partial \xi_i}{\partial u} = \dfrac{\partial \varphi}{\partial u} \xi_i + e^{-\varphi} \eta_i, \\ \dfrac{\partial \xi_i}{\partial v} = e^{\varphi} \eta_i; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \eta_i}{\partial u} = e^{\varphi} \xi_i, \\ \dfrac{\partial \eta_i}{\partial v} = \dfrac{\partial \varphi}{\partial v} \eta_i + e^{-\varphi} \xi_i. \end{cases}$$

On voit que

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u\, \partial v} = e^{2\varphi} - e^{-2\varphi}.$$

Soient x les coordonnées de M et q, r les quantités définies par les relations

$$x_1 = q \xi_1 + r \eta_1,$$

$$x_2 = q \xi_2 + r \eta_2,$$

qui donnent

$$x_1 \xi_2 - x_2 \xi_1 = \lambda \xi_3 = - r e^{\varphi}$$

$$x_1 \eta_2 - x_2 \eta_1 = \mu \eta_3 = \quad q e^{\varphi}$$

et en tenant compte des égalités

$$\frac{\partial x_i}{\partial u} = h \xi_i$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial r} = l \eta_i$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial r}{\partial u} + q e^{-\varphi} = 0 \text{ (1)} \\ \dfrac{\partial r}{\partial v} + r \dfrac{\partial \varphi}{\partial v} + \dfrac{\lambda}{\mu} q e^{\varphi} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial q}{\partial u} + q \dfrac{\partial \varphi}{\partial u} + \dfrac{\mu}{\lambda} r e^{\varphi} = 0 \\ \dfrac{\partial q}{\partial v} + r e^{-\varphi} = 0 \end{cases}$$

$$h = r e^{\varphi} \left(1 - \frac{\mu}{\lambda} \right)$$

$$l = q e^{\varphi} \left(1 - \frac{\lambda}{\mu} \right).$$

Les relations précédentes permettent inversement de déduire d'une solution φ de l'équation des surfaces à courbure totale constante un réseau M.

La méthode précédente s'applique également avec de légères modifications aux réseaux intégrables par la méthode de Laplace. Nous nous contenterons d'indiquer les résultats.

Il y a lieu d'envisager les deux cas suivants : 1° m est un réseau — B, r est

(1) On vérifie que le système d'équations est un système complet.

alors un réseau $+ A$ et la fonction φ envisagée satisfait à l'équation de Liouville.

Ce cas se présente en particulier lorsque le complexe auquel appartient la tangente M, S est un complexe spécial.

2° m est un réseau $- A'$, r est alors un réseau $+ A'$. La congruence MR est formée par les droites qui s'appuient sur deux droites conjuguées par rapport à un complexe linéaire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Hadamard relatif à la multiplication des singularités.* Note [1] de M. **G. Pólya**.

Soit $z = 1$ un point singulier situé sur le cercle de convergence de la série

(1) $$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots.$$

Si $f(z)$ reste régulière dans tous les points intérieurs d'un cercle suffisamment petit C de centre 1 qui sont extérieurs à l'axe réel, le point 1 sera appelé point *semi-isolé*. Si même les points réels situés dans C (excepté naturellement 1) peuvent être franchis par le prolongement analytique de $f(z)$ d'un certain côté (d'en bas par exemple) le point 1 sera appelé point *isolé*. Un point isolé autour duquel la fonction reste uniforme (donc un pôle ou un point essentiel) sera appelé *non critique*.

Théorème. — *Admettons que* 1 *est l'unique point singulier situé sur le cercle de convergence des deux séries*

(1) $f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots$ *et* (2) $g(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \ldots,$

qu'il est un point SEMI-ISOLÉ *pour* $f(z)$ *et un point* ISOLÉ *pour* $g(z)$. *Alors il sera effectivement point singulier de la série*

$$H(f, g) = a_0 b_0 + a_1 b_1 z + a_2 b_2 z^2 + \ldots.$$

Il me semble que ce théorème contient la réponse à une question abordée par M. Borel [2]. Il montre que le produit de deux points singuliers isolés est effectivement singulier. M. Faber a montré auparavant [3] que le

[1] Séance du 14 février 1927.

[2] E. Borel, *Bulletin de la Soc. mat. de France,* 26, 1898, p. 238-248.

[3] G. Faber, *Jahresbericht des deutsch. Math.-Ver.*, 16, 1907, p. 285-298. L'auteur a supprimé un point essentiel de sa démonstration (voir la note p. 297) mais on peut compléter ce point.

produit de deux points isolés est effectivement singulier, *si au moins un des deux facteurs est non critique*. J'observe d'ailleurs que le produit de deux points singuliers semi-isolés peut être régulier. Ainsi les deux séries

$$\varphi(z) = \sum z^n e^{n(-1+\cos\log\log n)\log\log n} \quad \text{et} \quad \psi(z) = \sum z^n e^{n(-1+\sin\log\log n)\log\log n}$$

admettent 1 comme point singulier semi-isolé et sont régulières en dehors d'une coupure rectiligne allant de 1 à $+\infty$, tandis que $H(\varphi, \psi)$ est une fonction entière.

2. Je vais énoncer trois lemmes, les deux premiers sous une forme un peu plus générale qu'il n'est strictement nécessaire pour la démonstration. Pour faciliter l'expression j'introduis quelques locutions abrégées. Désignons par ρ le rayon de convergence de la série $d_0 + d_1 z + d_2 z^2 + \ldots$ et donnons ε, $0 < \varepsilon < 1$. Je dirai que d_m est un « coefficient fort » ou un « coefficient faible » suivant que

$$|d_m| > \rho^{-m}(1-\varepsilon)^m \quad \text{ou} \quad |d_m| \leqq \rho^{-m}(1-\varepsilon)^m.$$

Désignons le nombre des coefficients forts dont l'indice est inférieur à r par $N(r)$. Par « densité supérieure » et « densité inférieure » des coefficients, j'entends $\overline{\lim\limits_{r\to\infty}}\, r^{-1} N(r)$ et $\underline{\lim\limits_{r\to\infty}}\, r^{-1} N(r)$ respectivement.

Admettons que β et β' sont des points singuliers de la série

$$g(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \ldots \tag{2}$$

situés sur son cercle de convergence et que l'arc (β, β') de ce cercle ne contient pas d'autres points singuliers. Soit γ un point isolé non critique de la série

$$h(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \ldots, \tag{3}$$

et l'unique point situé sur son cercle de convergence. Alors $\beta\gamma$ et $\beta'\gamma$ sont effectivement des points singuliers de $H(g, h) = b_0 c_0 + b_1 c_1 z + \ldots$.

II. *Si, parmi les points singuliers qui se trouvent sur le cercle de convergence d'une série, il y a des points isolés, la densité inférieure des coefficients forts est différente de zéro.*

III. *Si, sur le cercle de convergence d'une série, il n'y a qu'un point singulier qui est un point semi-isolé, la densité supérieure des coefficients forts est égale à 1.*

3. Je dois me borner à une indication rapide de la démonstration du lemme II. Admettons que β est un point singulier isolé situé sur le cercle de convergence de la série (2). Posons $b_m = b'_m$ ou $b_m = b''_m$ suivant que le

coefficient b_m est fort ou faible et soit

$$b'_0 + b'_1 z + b'_2 z^2 + \ldots = g_1(z), \qquad b''_0 + b''_1 z + b''_2 z^2 + \ldots = g_2(z).$$

β est un point régulier de $g_2(z)$ et un point singulier isolé de $g_1(z)$. Supposons, par impossible, que la densité inférieure des coefficients de $g_1(z)$ soit $= 0$. On déterminera, en suivant une méthode de M. Faber, la série (3) qui n'a qu'une singularité dans tout le plan, à savoir un point essentiel au point 1 et qui a une infinité de coefficients nuls, de manière que

$$\mathrm{H}(g_1, h) = b'_0 c_0 + b'_1 c_1 z + \ldots$$

présente des lacunes *à la Ostrowski*. Je dis que la série $\mathrm{A}_1 z^{\lambda_1} + \mathrm{A}_2 z^{\lambda_2} + \ldots$ présente des lacunes *à la Ostrowski* si $\overline{\lim\limits_{n \to \infty}}\, \lambda_{n-1}^{-1} \lambda_n = \infty$; une telle série ne possède aucun point singulier isolé ([1]). D'autre part, en vertu du lemme I, le point β est point isolé de $\mathrm{H}(g_1, h)$. Cette contradiction démontre le lemme II.

4. Retournons au théorème énoncé au début. La densité supérieure des coefficients forts de $f(z)$ est $= 1$, en vertu de III, et la densité inférieure des coefficients forts de $g(z)$ est > 0, en vertu de II. Donc il y a certainement une infinité d'indices m tels qu'on a *simultanément*

$$|a_m| > (1 - \varepsilon)^m, \qquad |b_m| > (1 - \varepsilon)^m.$$

Par conséquent le rayon de convergence de $\mathrm{H}(f, g)$ est $\leq (1 - \varepsilon)^{-2}$, où ε est arbitrairement petit. C. Q. F. D.

Observation de M. **Hadamard** *sur la Note précédente.*

L'analyse de M. Pólya résout pour la première fois la question importante que s'était posée M. Borel, au moins dans le cas le plus typique. La méthode s'étend d'ailleurs d'elle-même, comme me l'a fait remarquer personnellement M. Pólya, à des cas très généraux où il ne s'agit plus des points singuliers les plus rapprochés de l'origine; le cas tout à fait général n'exigerait même sans doute qu'une discussion appropriée de diverses branches que peuvent présenter les fonctions étudiées.

([1]) A. Ostrowski, *Journal of the London Math. Soc.*, 1, 1926, p. 251-263. Voir p. 257.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un certain système d'équations aux dérivées partielles.* Note de M. **P. Tzitzéica**, présentée par M. Émile Borel.

Si l'on considère, dans un espace projectif S_n, une congruence (y, y'), rapportée à ses developpables et définie par ses réseaux focaux (y) et (y'), on démontre aisément qu'un point quelconque x du rayon yy' décrit une surface qui satisfait à un système de la forme

$$(1)\qquad \begin{cases} x_{uuv} = r x_{uu} + S x_{uv} + p x_u + q x_v + m x, \\ x_{vvu} = r' x_{vv} + S' x_{vu} + p' x_v + q' x_u + m' x; \end{cases}$$

nous dirons que cette surface est *conjuguée* à la congruence (y, y').

M. B. Segre vient de démontrer (1), que réciproquement toute surface qui vérifie un système (1), complètement intégrable, est conjuguée à une congruence.

Ce beau résultat de M. Segre permet, sous sa forme géométrique, d'étudier d'une manière simple la transformation d'un système (1), donnée par M. Bompiani en 1919 dans le recueil du *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere*, et analogue à la transformation de Laplace pour les réseaux.

A cet effet il faut remarquer que les formules de M. Segre prouvent, que la tangente en x à la courbe $u =$ const. coupe la tangente correspondante en y et qu'il en est de même pour les tangentes aux courbes $v =$ const. en x et y'.

Alors la transformation de M. Bompiani revient à ceci. Considérons les transformées de Laplace, dans le sens des courbes $u =$ const., de y, à savoir : $y_1, y_2, \ldots, y_n, \ldots$; ensuite les transformées de Laplace, dans le sens des courbes $v =$ const. de y', à savoir : $y'_1, y'_2, \ldots y'_n, \ldots$. La tangente au point x, qui est situé sur yy', à la courbe $u =$ const., coupe yy_1 en x_1, qui décrit ainsi une surface conjugée à la congruence (y, y_1). Cette surface vérifie donc un système de la forme (1). En partant de x_1 et en allant toujours dans le sens des courbes $u =$ const. on obtient x_2 sur y_1y_2, x_3 sur y_2y_3 et ainsi de suite. On a ainsi une suite de surfaces vérifiant des systèmes de la forme (1) et déduites l'une de l'autre par un procédé géométrique simple et régulier. On peut appliquer cette transformation aussi dans le sens des courbes $v =$ const. C'est là la transformation de M. Bompiani.

(1) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 268.

La forme géométrique de la transformation permet de voir, d'une manière intuitive, qu'en général elle n'est pas réversible. Prenons en effet la surface (x_1) conjuguée à (y, y_1) et appliquons-lui la transformation de M. Bompiani dans le sens des courbes $v = \text{const}$. On ne retrouvera la surface (x) que dans le cas où xx_1 décrit une congruence (x, x_1) ayant (x) et (x_1) pour réseaux focaux. Dans ce cas x vérifie une équation de Laplace et la transformation de M. Bompiani se confond avec celle de Laplace.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur quelques cas de cavitation.* Note [1] de M. **D. Riabouchinsky**, présentée par M. G. Kœnigs.

On voit souvent apparaître, dans les liquides, des cavités sous la forme de tourbillons creux. Considérons un tourbillon rectiligne dans un liquide parfait, dénué de poids, et limité extérieurement par une surface cylindrique, extensible, de rayon r_2, et nommons r_1 le rayon de la cavité, $\alpha = \pi r_1^2$ et c le rapport $r_2 : r_1$. Nous supposerons c très grand et que le carré de la circulation $\varkappa^2$ et la pression extérieure p_a sont de l'ordre de grandeur de $\log c$. En raison de ces conventions le potentiel des vitesses et l'équation de pression seront

$$\varphi = \frac{\dot{\alpha}}{2\pi} \log r - \frac{\varkappa}{2\pi} \theta, \qquad \ddot{\alpha} = \frac{\varkappa^2}{r \log c} \frac{1}{\alpha} - \frac{2\pi p_a}{\rho \log c}.$$

Si l'on admet que $\varkappa$ et p_a ne varient pas avec le temps et $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ ne sont pas nulles simultanément, la cavité oscillera indéfiniment entre les racines α_1, α_2 de l'équation $\dot{\alpha} = 0$.

Considérons maintenant la déformation d'une cavité, ayant, à l'instant initial, une forme sphérique, dans un liquide pesant, en supposant que le rapport du rayon a de la sphère à la distance h du centre de la sphère à la surface du liquide est petit. Nous admettrons que la cavité renferme un gaz soumis à une pression p [2], comme une bulle d'air dans l'eau. Le

---

[1] Séance du 21 février 1927.

[2] Le problème d'une cavité sphérique contenant un gaz sous pression, dans un liquide dénué de poids a été étudié par M. H. Lamb (*Philosophical Magazine*, 6e série, 45, 1923, p. 257-265). Je pense qu'il y a lieu de considérer qu'une cavité qui *augmente de volume* doit être, dans ces conditions, instable.

potentiel des vitesses s'écrira

$$\varphi=\left[\left(\frac{p_a}{\rho}+gh-\frac{p_0}{\rho}\right)\frac{a}{r}-ga\cos\theta\left(\frac{a}{r}\right)^2\right]t+\frac{\varphi_3}{3!}t^3+\frac{\varphi_5}{5!}t^5+\ldots,$$

les fonctions φ_3, φ_5, ..., pouvant être calculées en appliquant une méthode que j'ai indiquée antérieurement ([1]). Par exemple, dans le cas d'une bulle ([2]) remontant à la surface d'un liquide, on trouve, en admettant que $p_0=p_a+\rho gh$,

$$\varphi=-a\cos\theta\left(\frac{a}{r}\right)^2 gt-\left[\frac{2}{3}\left(\frac{a}{r}\right)+\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)\left(\frac{a}{r}\right)^3\right]g^2t^3-\ldots.$$

Ces équations permettent de montrer qne les cavités tendent à devenir concaves par en bas.

Il y a lieu de considérer deux cas typiques de cavitations produites par le mouvement de solides : celui où le solide, que nous supposerons être, par exemple, une sphère, étant animé d'une vitesse uniforme U_0, la pression extérieure diminue brusquement ([3]), et celui de la communication brusque de la vitesse U_0 à un solide au repos. Dans le premier cas le fluide se détachera de la paroi sur une bande annulaire S_1 symétrique par rapport à l'équateur et, dans le second cas, sur une surface S_2 entourant le pôle $\theta=\pi$. Le potentiel du mouvement relatif φ' et celui du mouvement absolu, rapporté à des axes liés à la sphère, φ pourront être mis sous la forme

$$(1)\qquad \begin{cases}\varphi'=-U_0x+\varphi=-U_0x+\varphi_0+\varphi_1t+\ldots\\ \varphi'=-U_0x+\varphi=-U_0x+(\varphi_0+\varphi_a)+\varphi_1t+\ldots\end{cases}$$

$$\left[\varphi_0=-\frac{1}{2}U_0a\left(\frac{a}{r}\right)^2\cos\theta\right].$$

Les valeurs de φ_1 sur S_1 et de φ_a sur S_2 seront respectivement

$$(\varphi_1)_{s_1}=\frac{P_a}{\rho}-\frac{1}{2}U_0^2\left(\frac{9}{r}\sin^2\theta-1\right),\qquad (\varphi_a)_{s_2}=\frac{1}{2}U_0a\cos\theta.$$

En tous les autres points de la paroi les dérivées normales de φ_1 et φ_a

---

([1]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1326.

([2]) En nommant p_0, v_0 et p, v la pression et le volume de la cavité aux instants o et t on aura, pour exprimer p en fonction du temps, une relation de la forme $pv^n=p_0v_0^n$. Pour calculer, à l'instant initial, les dérivées de v et par conséquent, celles de p on peut utiliser la relation $\frac{4}{3}\pi h^3-v=$ const., où h est le *rayon*, très grand, de la *sphère* limitant le fluide extérieurement.

([3]) Lord Kelvin, *Proc. Roy. Soc.*, 42, 1887, Feb. 3, p. 80.

doivent être nulles (¹) et les fonctions de Stokes, conjuguées à φ_1 et φ_a auront des valeurs constantes $\pm\psi_c$ et ψ_c (²).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE — *L'oscillateur de Planck.* Note de M. **Raoul Ferrier**, transmise par M. Paul Painlevé.

J'avais annoncé, dans une communication antérieure (³), la possibilité de concevoir l'oscillateur de Planck non pas comme un objet réel, mais bien comme une simple perturbation de l'éther, susceptible d'osciller, pour ainsi dire, sur elle-même, au lieu de se disperser dans l'espace comme le font les perturbations spéciales que l'on nomme ondes électriques. J'avais dit qu'une telle oscillation obéit à des lois bien différentes de celles des ondes ordinaires, puisque le champ électrique n'y possède pas de tourbillon, et que son évolution est donnée par les équations préquantiques, tant qu'il ne s'est pas formé de point singulier.

Les équations générales que j'ai posées, il y a deux ans (⁴), pour compléter celles de Maxwell, donnent la solution du problème de l'oscillateur de Planck, où le champ électrique possède une singularité. Je rappelle ici ces formules

$$\Delta\mathcal{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2} + \frac{2}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\mathcal{H} \qquad \operatorname{div}\mathcal{H} = 0$$
$$\Delta\mathcal{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2} - \frac{2}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{grad}\mathcal{A}$$

$\mathcal{E}$ étant le champ électrique, $\mathcal{H}$ le vecteur magnétique, et $\mathcal{A}$ le scalaire ampérien, que j'ai précisément introduit à cette occasion.

(¹) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1327.

(²) Sur les surfaces S_1, S_2, limitées par les angles $\frac{\pi}{2}\pm\theta_0$ et $\pi-\theta_0$, les fonctions φ_1, φ_a seront < 0, car elles ne doivent s'annuler qu'à l'infini. Ces angles seront déterminés par la condition qu'ils satisfont simultanément aux équations (1) et $\psi = \psi_c$. Il faudra vérifier *a posteriori* qne la pression p, qui s'annule sur S_1 et S_2, est effectivement > 0 en tous les autres points de la paroi. En disposant à l'intérieur du solide, dont la forme, dans le cas général, peut être quelconque, des sources positives et négatives, on pourra choisir l'intensité de ces sources de manière à satisfaire, en un certain nombre de points à la surface du solide, aux conditions indiquées plus haut et ramener ainsi ce problème à la solution de systèmes d'équations linéaires, dont le nombre dépendra de l'approximation que l'on voudra obtenir.

(³) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 963.

(⁴) *Les nouveaux axiomes de l'Électronique*, Blanchard, 1925, p. 49, équations (10).

L'intégrale d'énergie

$$W = \int \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2 - \mathcal{A}^2}{8\pi} d\tau = \text{const.}$$

n'est une conséquence de ces équations que dans le cas où les champs sont réguliers (et nuls à l'infini). On peut en effet remonter, dans ce cas, aux équations de Maxwell et à mes équations préquantiques, qui entraînent cette dernière relation comme un corollaire évident. Mais, dans tout autre cas, et notamment lorsqu'il existe des points critiques, cette équation d'énergie devient *distincte*.

Je vais donner une expression du champ de l'oscillateur, telle que toutes ces conditions soient satisfaites.

Soit p un vecteur oscillant, de direction fixe, appliqué au point $M(x, y, z)$ qui sera le centre de l'oscillateur de fréquence ν ;

$$p = p_0 \cos 2\pi\nu t;$$

posons

$$U = \frac{1}{r^3}\left[(x-a)p_x + (y-b)p_y + (z-c)p_z\right]\left[\left(1 + \frac{2\pi\nu r}{c}\right)e^{-\frac{2\pi\nu r}{c}} - 1\right].$$

Les valeurs suivantes satisfont aux équations différentielles :

$$\mathcal{E} = \text{grad } U, \qquad \mathcal{A} = \frac{1}{c}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2c}\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{A}_p, \qquad \mathcal{H} = \frac{1}{2c}\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{H}_p,$$

$$\mathcal{H}_p = -\left[\text{grad}\frac{1}{r}, p\right], \qquad \mathcal{A}_p = -\left(\text{grad}\frac{1}{r}, p\right),$$

toutes les dérivations étant effectuées par rapport aux coordonnées a, b, c.

Or, il se trouve que ces expressions satisfont précisément à la condition d'énergie. On obtient, en effet, après intégration dans tout l'espace :

$$\frac{1}{8\pi}\int \mathcal{E}^2 d\tau = \frac{2}{3}\frac{\pi^3\nu^3}{c^3}p_0^2\cos^2 2\pi\nu t,$$

$$\frac{1}{8\pi}\int (\mathcal{H}^2 - \mathcal{A}^2)d\tau = \frac{2}{3}\frac{\pi^3\nu^3}{c^3}p_0^2\sin^2 2\pi\nu t,$$

cette dernière intégrale possédant bien une signification si l'on astreint sa somme à être finie.

Dans ces formules, les coordonnées x, y, z de l'oscillateur sont indépendantes du temps. On obtient toutes les solutions correspondant à des *translations* rectilignes et uniformes en utilisant le groupe que j'ai signalé dans la Communication visée ci-dessus.

Enfin le très léger amortissement constaté dans les oscillations qui

émettent la lumière est l'indice d'une structure discontinue de l'éther; les équations ne sont rigoureusement valables qu'à une distance du point critique supérieure à 10^{-13} cm (en ordre de grandeur). Cette restriction est vraisemblablement la raison pour laquelle on ne constate pas d'émission de lumière elliptique : les lignes de champ et les lignes de courant ne forment une figure invariable que si la vibration est rectiligne ou circulaire.

Cette théorie sera développée dans un autre Recueil [1].

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration approchée des quelques équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique.* Note de M. **Nicolas Kryloff**, présentée par M. Hadamard.

Les méthodes élaborées [2] par moi pour l'intégration approchée des équations différentielles ordinaires peuvent être, dans une certaine mesure, généralisées pour les équations aux dérivées partielles. Prenons, pour s'en assurer à titre d'exemple, le problème de l'équilibre d'une plaque élastique rectangulaire mince, qui a été jadis l'objet des recherches de W. Ritz [3], de M. Paschoud [4] et de bien d'autres géomètres. Le petit déplacement transversal w d'un point $(x, y, 0)$ du feuillet moyen, quand la plaque supposée mince se trouve encastrée, est régi par le système

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &\Delta\Delta w - f(x, y) = \frac{d^4 w}{dx^4} + 2\frac{d^4 w}{dx^2\, dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} - f(x, y) = 0, \\ &w = 0; \qquad \frac{dw}{dn} = 0 \qquad \text{(sur le bord de la plaque)}, \end{aligned}\right.$$

où, par $f(x, y)$, on désigne la pression exercée sur la plaque. Cherchons à rendre stationnaire (conformément à l'idée de l'algorithme variationnel) l'intégrale

$$I = \int_p \left[\frac{1}{2}(\Delta w)^2 - w f(x, y)\right] dx\, dy$$

---

(1) *Revue générale de l'Électricité*, **21**, 19 mars 1927, p. 443.

(2) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1316; **181**, 1925, p. 86; **182**, 1926, p. 676.

(3) *Œuvres complètes* de W. Ritz, Gauthier-Villars.

(4) Paschoud, *Sur l'application de la méthode de W. Ritz à l'étude de l'équilibre élastique d'une plaque carrée mince.* Gauthier-Villars, 1914.

au moyen de sommes finies de la forme

$$w_m = \Sigma\Sigma\, a_{pq}^{(m)}\, u_p(x)\, v_q(y),$$

où $u_p(x)$, $v_q(y)$ sont les solutions (cas d'une plaque carrée) des équations de Lord Rayleigh :

$$\frac{d^4 z(x)}{dx^4} = \mathrm{K}^4 z(x); \qquad z(0) = z(1) = \frac{dz}{dx}_{x=0} = \frac{dz}{dx}_{x=1}.$$

Vu les conditions aux frontières, on obtient, par la formule de Green, les conditions de minimum sous la forme

$$\int_p [\Delta\Delta w_m - f(x, y)]\, \psi_n\, dx\, dy = 0 \qquad (n \leqq m;\ \psi_n = u_p(x)\, v_q(y)),$$

d'où, par l'artifice maintes fois utilisé par moi, on tire

$$(2) \qquad \int_p [\Delta\Delta(w_m - w)](w_m - w)\, dx\, dy = \int_p [\Delta\Delta(w_m - w)](\mathrm{W}_m - w)\, dx\, dy.$$

où w est l'intégrale du système (1), pour lequel l'existence de l'intégrale est supposée démontrée par les méthodes habituelles de la physique mathématique; w_m est la somme d'ordre m, donnant une approximation de w d'après la théorie du développement d'une fonction de deux variables $w(x, y)$ possédant un nombre des dérivées en correspondance avec les hypothèses restrictives imposées à $f(x, y)$.

Au moyen de la formule de Green, on tire de (2)

$$(3) \qquad \int_p [\Delta(w_m - m)]^2\, dx\, dy = \int_{\mathrm{P}} \Delta(w_m - w)\Delta(\mathrm{W}_m - w)\, dx\, dy;$$

or en tout point intérieur à P, on a

$$(4) \qquad w_m - w = -\frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{P}} \log r\, \Delta(w_m - w)\, dx\, dy;$$

donc de (3), au moyen de (4) et de l'inégalité de Bouniakowsky-Schwarz, on déduit en tout point intérieur à P

$$w_m - w = -\frac{1}{2\pi}\sqrt{\int_{\mathrm{P}} (\log r)^2\, dx\, dy}\sqrt{\int_{\mathrm{P}} [\Delta(\mathrm{W}_m - w)]^2\, dx\, dy},$$

et ceci donne le moyen d'apprécier l'ordre de l'erreur commise à la $m^{\text{ième}}$ approximation, si l'on sait apprécier l'ordre de $\Delta(w_m - m)$. Il suffit donc

d'imposer à $f(x, y)$ les conditions restrictives concernant l'existence des dérivées pour en conclure à l'existence des dérivées d'ordre supérieur de $w(x, y)$; dès lors en appliquant le raisonnement bien connu on s'assure que le développement de $w(x, y)$ en série de $\psi_m(x, y)$ peut être dérivé terme à terme et l'ordre du reste $\Delta(w_m - m)$ peut être évalué.

Ce mode de raisonnement peut être généralisé dans diverses directions, comme nous le montrerons dans un article plus étendu, car l'appréciation de l'ordre du reste $w_m - w$ peut donner lieu, semble-t-il, à certains calculs numériques non dépourvus d'intérêt.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *La statistique des quanta de lumière (photons).* Note de **M. Léon Brillouin**, présentée par M. Brillouin.

1. Je veux indiquer une méthode statistique très générale, qui permet de retrouver comme cas particuliers les formules classiques, ou celles des statistiques récentes de Pauli-Dirac ou Bose-Einstein. Je me donne N projectiles (photons $h\nu$) à répartir dans un volume V. L'état de chaque projectile est défini par ses coordonnées (x, y, z) et sa quantité de mouvement p (de composantes p_x, p_y, p_z). Cet état se représente par un point dans l'extension en phase (x, y, z, p_x, p_y, p_z). Si l'on fixe la valeur de la quantité de mouvement (comprise entre p_i et $p_i + dp_i$), on obtient, dans l'extension en phase, un volume $V\,4\pi p_i^2\,dp_i$; suivant les hypothèses quantiques, il ne faut pas considérer ce volume comme continu, mais comme divisé en g_i cases, d'étendue $\frac{1}{2}h^3$ (pour des molécules gazeuses, l'étendue des cases serait h^3);

$$(1)\qquad g_i = V\,\frac{8\pi p_i^2}{h^3}\,dp_i = V\,\frac{8\pi\nu_i^2}{c^3}\,d\nu_i = V\,\frac{8\pi E_i^2}{h^3c^3}\,dE_i.$$

Un photon possède en effet une énergie $E_i = h\nu_i$ et une quantité de mouvement $p_i = \frac{h\nu_i}{c}$.

2. Il s'agit de chercher la probabilité d'une répartition, dans laquelle le nombre des quanta attribués au niveau E_1 est n_1; pour E_2 ce sera n_2, ... et pour E_i, n_i. Les hypothèses faites sont les suivantes : je puis distinguer chacun des quanta *a priori*, indépendamment de la case dans laquelle il est placé; chaque case a une capacité 1, et chaque quantum occupe un volume a, de sorte qu'une case occupée par un quantum a encore une place libre $1 - a$; et s'il y a p quanta dans une case, la place libre (ou probabilité de placer un quantum supplémentaire) est $1 - pa$.

Je commence par répartir mes N objets en groupes de $n_1, n_2, \ldots, n_i, \ldots$ objets, ce qui peut se faire de $\frac{N!}{n_1!\,n_2!\ldots n_i!\ldots}$ manières différentes. Je prends ensuite les n_i objets à répartir entre les g_i cases du niveau E_i; pour le premier objet j'ai g_i possibilités; pour le second, il en reste $g_i - a$, ... pour le $(p+1)^{\text{ième}}$ je dispose de $(g_i - pa)$ places. Au total, le nombre des distributions est

$$(2) \qquad \omega_i = g_i(g_i - a)\ldots[g_i - (n_i - 1)a] = a^{n_i}\frac{\Gamma\left(\frac{g_i}{a}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{g_i}{a} - n_i + 1\right)}.$$

Pour obtenir la probabilité de la répartition $n_1, n_2, \ldots, n_i$, il faut prendre le total du nombre des coups favorables, et le diviser par le nombre total des coups possibles; ce nombre total est évidemment

$$(3) \qquad G(G-a)\ldots[G-(N-1)a] = a^N\frac{\Gamma\left(\frac{G}{a}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{G}{a} - N + 1\right)} \qquad (G = \Sigma g_i),$$

en appelant G le nombre total des cases de tous les niveaux.

J'obtiens donc finalement la probabilité

$$(4) \qquad W = \frac{N!\,\Gamma\left(\frac{G}{a} - N + 1\right)}{a\;\Gamma\left(\frac{G}{a}+1\right)}\prod_i \frac{a^{n_i}}{n_i!}\,\frac{\Gamma\left(\frac{g_i}{a}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{g_i}{a} - n_i + 1\right)}.$$

Les nombres n_i et g_i étant très grands, je puis appliquer la formule de Stirling, ce qui me donne

$$(5) \qquad \log W = \frac{1}{a}\left[\sum_i g_i \log g_i - G\log G\right] + N\log N + \left(\frac{G}{a} - N\right)\log(G - aN)$$
$$+ \sum_i\left[-n_i\log n_i + \left(n_i - \frac{g_i}{a}\right)\log(g_i - a n_i)\right].$$

Quelles hypothèses puis-je faire sur le nombre a?

Pour $a = 0$ j'obtiens l'indépendance des projectiles, ce qui ramène à la formule classique; si je pose $a = 1$, chaque projectile remplit entièrement une case, et je retrouve les résultats de Pauli-Dirac; aucune de ces deux hypothèses ne convient pour le rayonnement. Si je veux retrouver la formule de Bose-Einstein (d'où l'on déduit la loi de Planck), je dois admettre $a = -1$.

La probabilité de placer un photon $h\nu$ dans une case qui en contient déjà p, est alors proportionnelle à $1+p$. Cette hypothèse, assez déconcertante au premier abord, est entièrement d'accord avec les lois d'émission de quanta posées par Einstein [1], et redonne numériquement la règle des émissions spontanées et provoquées; on retrouve aussi très simplement toutes les extensions de cette loi, obtenues par d'autres chercheurs, et l'on calcule correctement les fluctuations du rayonnement noir. Cet ensemble de résultats me semble justifier la méthode statistique exposée dans cette Note, méthode qui place parmi les hypothèses fondamentales la loi d'accouplement (ou d'association) des quanta de lumière.

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL. — *Sur les contacts rectifiants.* Note [2] de M. **H. Pélabon**, présentée par M. G. Ferrié.

Pour étudier, au moins qualitativement, l'influence de la distance des deux conducteurs d'un détecteur, ou de la pression qu'ils peuvent exercer l'un sur l'autre, nous avons fait construire un appareil dans lequel ces deux variables dépendent de la dilatation d'une tige de verre chauffée sur une portion de sa longueur par un four électrique. La baguette qui est creuse et contient un couple fer-constantan, est fixée solidement à l'une de ses extrémités, elle porte à l'autre l'un des conducteurs du détecteur. En utilisant uniquement la période de refroidissement du four, on arrive à réaliser des déplacements de l'ordre de 10^{-6} et même 10^{-7} cm par seconde. L'appareil peut tout aussi bien être utilisé pour faire varier insensiblement la pression de l'un des conducteurs sur l'autre.

Nous indiquerons d'abord les résultats de l'étude du système acier-galène.

La pointe est une aiguille d'acier, la galène sous forme de volumineux cristaux présentant à la fois les faces (100) et les faces (111) est serrée fortement par quatre vis en laiton qui s'enfoncent assez profondément dans le cristal et assurent un contact suffisant.

Après avoir porté le four à une température connue, on fixe la galène de manière que l'une de ses faces touche normalement l'aiguille puis on coupe le courant de chauffe du four en même temps qu'on déclanche l'aiguille d'un chronomètre. La pointe entraînée par la tige de verre qui se contracte

(1) A. Einstein, *Phys. Zeits*, 28, 1917, p. 121.

(2) Séance du 21 février 1927.

s'éloigne d'un mouvement qu'il est possible de reproduire identique à lui-même en partant de la même température initiale et du même point du cristal.

On peut alors comparer les résultats obtenus :

1° En faisant passer dans le système des courants continus;

2° En l'utilisant comme détecteur;

3° En le faisant traverser par des courants alternatifs.

1° Le contact étant établi, on note l'intensité du courant continu à l'instant de la rupture du circuit de chauffe, instant pris pour origine des temps. Au début l'intensité du courant (de l'ordre de 10^{-5} ampère) conserve une valeur sensiblement constante, elle diminue ensuite un peu et régulièrement jusqu'à l'instant t où brusquement elle prend une valeur 100 fois plus faible environ. Elle conserve cette nouvelle valeur plus ou moins longtemps et finalement après t' minutes l'intensité tombe brusquement à zéro. L'extrémité de la pointe parcourt donc deux régions bien différentes qui correspondent à des résistances qui varient dans le rapport $\frac{1}{100}$ et qui sont nettement délimitées par les temps $0, t$; t et t'. La largeur de la seconde région qui peut s'évaluer par celle de $t' - t$, bien que le mouvement d'éloignement ne soit pas uniforme, varie d'un échantillon de galène à un autre. Elle est grande (9 minutes par exemple) pour les galènes sensibles et beaucoup plus faible (1 minute et demie) pour les galènes argentifères d'Espagne considérées comme non sensibles. Si l'on construit dans tous les cas la courbe $i = f(t)$, on a une ligne continue pour la première région, une descente presque verticale à l'instant t et enfin une ligne presque parallèle à l'axe des t, assez sinueuse, mais dont les ordonnées correspondent à 10^{-7} ampère.

2° Reprenons la galène sensible et utilisons-la comme détecteur pendant que la pointe exécute un mouvement identique à celui que nous avons considéré au 1°. Dès le début du refroidissement on perçoit les émissions, les ondes amorties sont surtout nettement entendues. L'instant t de la variation brusque de résistance est parfaitement signalé par un bruissement particulier. La pointe pénètre alors dans la seconde zone où la détection des ondes entretenues est parfaite et dure exactement 9 minutes pour la galène sensible considérée plus haut, et 1 minute et demie pour l'échantillon argentifère.

Il y a donc, dans le cas de l'acier et de la galène, deux détections D*i* et D*e* qui correspondent aux deux régions (intérieure et extérieure) pour lesquelles la résistance de contact prend des valeurs si différentes.

3° Établissons entre la galène et la pointe une différence de potentiel alternative de valeur efficace faible (de l'ordre du $\frac{1}{10}$ ou du $\frac{1}{100}$ de volt) et mesurons toujours dans les mêmes conditions l'intensité du courant redressé. Nous retrouvons aisément les deux régions signalées plus haut car non seulement les intensités du courant y sont différentes mais leurs variations ne sont pas comparables. La plus grande intensité correspond à la région qui offrait la plus grande résistance au courant continu.

En résumé nous avons pu construire deux courbes : $i = f(t)$ et, pour les courants alternatifs, $i = F(t)$, qui sont tout à fait caractéristiques du système considéré.

Tous les métaux se comportent comme l'acier quand on les associe à la galène. Les courbes que l'on construit avec eux, surtout en courant alternatif, ont des formes suffisamment différentes d'un conducteur à un autre pour qu'on puisse les considérer comme caractéristiques du métal étudié.

Il était intéressant d'étudier de la même façon les contacts purement métalliques qui comme nous l'avons montré sont rectifiants [1]. C'est du reste en vue de telles recherches que nous avons imaginé l'appareil décrit plus haut.

Pour ces contacts, la détection D*e* existe seule. Elle se produit tant que la distance minimum des deux conducteurs ne dépasse pas une certaine limite de l'ordre de 10^{-6} cm. L'intensité du courant rectifié est souvent très grande.

Toute réaction chimique capable de faire naître sur la surface de l'un des métaux un composé isolant ne change rien au phénomène, mais si le composé qui apparaît est semi-conducteur, les deux rectifications sont de nouveau observables.

La détection D*e* que l'on pourrait appeler extra-superficielle existe donc dans tous les cas.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'arc du gadolinium. Mesures faites à la pression normale, entre* λ 3100 I.A. *et* λ 2200 I.A. Note [2] de M. S. **Piña de Rubies**, présentée par M. G. Urbain.

L'oxyde de gadolinium, préparé par M. Urbain et étudié par nous, a fourni un spectre pur et très riche en raies parmi lesquelles 250 non connues encore, lignes que nous énumérons dans le tableau suivant :

---

[1] H. Pélabon, *Sur les contacts rectifiants* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 491).

[2] Séance du 28 février 1927.

Longueur d'onde.	Intensité.
3064,9	0
63,6.	0 ?
62,5.	0
62,0	0
54,4.	0
50,8	0 ?
3016,3.	0 ?
2988,9	1
88	1
87	1 a
85,5	1 ?
83,1	0
82,6	0
81,1.	0
78,5.	1
75,1	0 ?
73,6	1
72,2	1
70,9	0
69,3	1
62,3	0
59,2	1
52,4.	1
50,0	0
45,6.	2
44,5	1
44,0.	0 ?
41,7	1
33,8	1
32,9.	1
31,4	0 ?
28,7	0
27,3.	1
19,3.	0 ? a
16,2	1
14,8	1
08,8.	1
07,5	1
06,0	0
04,6.	1
03,8	1
2900,5	0 ?
2899,1	1 ?
2899,0	1
97,0	0
94,3.	1
92,1	1
90,8.	0
89,1.	0 a
88,2	0
87,4.	0
77,0.	1
75,4	0
73,1	1
70,5	0
70,0	0
69,8.	0
68,0.	0
64,1	0
63,7	0
60,6	0
57,8	0 ?
55,4	0
47,7	1 a
45,9	0 a
44,5	1
35,0.	0 ?
27,9.	1
24,3.	1
20,6	0 ?
16,9.	2
12,3.	0
06,8.	0
06,3	1
2803,4.	0
2799,8.	0
93,2	0
90,6	1 a
87,6.	1 +
86,8.	1
84,7.	0 +
82,1.	1
79,1	1
78,7	1
75,1	1
70,9	1
2765,5.	0
59,3.	0 a
52,8.	0
51,5	0
51,0	0
47,5.	1
40,7	0 tr. dif. ?
30,5	0 a
25,5	0 ?
15,5.	1
13,8	1
13,5	1 a
11,5.	1 +
09,5	1
08,1.	1
07,8.	0
05,3.	2
01,7.	0 ? a
2700,4.	0
2698,4	0
97,7.	0
92,8	1 +
88,2.	1 +
86,7	0 +
86,4.	0 +
84,4	0 +
82,7	0 +
73,4.	2 Eu
71,2	0
70,9	0
69	1
67,2.	1
66,1	0
61,5	2
55,0.	1
50,4.	1
48,2.	1
46,6	0 +
46,4	0 +
45,8.	0 +
43,6	0
43,2	0
42,9	0 +

Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.
2639,6	0 a	2537,8	1	2426,9.	1
38,5	2	36,6.	1 a	26	dif.
36,3.	1	31,7.	1 ?	25,1	0 ? a
33,4	1	26,8	1	24,7	2
33,2	1	20,5	0	21,9	0 ?
26,5	1	13,0	0 a	20,3.	2 +
25,1	0	09,6	0 a	18,4	1
23,7.	1	08,1	0 ?	17,7.	1
22,8	1	04,8	1 +	16,6	1
15,6.	1 ?	03,6	0	13,8	1 +
14,3.	1	2501,4.	1	10,2	2 ? a
08,7	1 +	2499,0	3	07,7.	1
07,9	1	96,4	2	07,3	1
03,9.	1 + a	93,3	2	2403,3	1
01,0.	0	87,5	2	2393,3.	1
2600,5.	0 +	86,4	0	90,2	0
2591,1.	1	85,6.	2	80,3	0
90,2	1	82,3	0	64,0.	0
86,1.	2	81,6	0	63,3	0
81,8.	0	77,2.	1	54,0	2
81,0	0	74,2	2	53,6	0
79,0	0	71,6.	3	46,1	0
77,1.	1	52,7	0	45,5	0
74,0	1	50,7	0	38,6	0
71,8	1	50,0	1	37,8	1
67,2	0	48,8	1	36,0	0
65,8.	1	47,8	1	33,0	1
65,2	0	45,4.	1	29,9.	0
64,1	1 Eu	45,3	1 + Eu	26,5	0
61,4.	1	43,5	1	25,7.	0 ?
59,0	1 ?	41,6.	1	2321,0.	2
56,3	0 a	39,0	1	2295	0 ?
52,1.	0	37,8.	1	93	2
51,2.	1 +	34,7	2	86	2
50,2	2	33,4.	0	79	2
47,5.	1	31,6.	1	71	1 ?
46,5	1	31,3	1	61,2	3
43,7	2	28,9	1 +	17	2
38,4	1 ?	28,2	0 a		

a, bords pas nets; dif., diffuse; ?, raies coïncidant avec d'autres terres rares. Le point qui suit quelques chiffres indique que la deuxième décimale supprimée est supérieure à 5.

Un très grand nombre de lignes mentionnées sont connues dans le spectre d'étincelle.

Nous voulons rappeler l'observation faite déjà à propos du lanthane, sur les difficultés que l'on éprouve dans l'attribution des raies pour cette région, mal connue, du spectre ultraviolet; il est possible que malgré nous, quelque erreur se soit glissée pour un nombre restreint de lignes.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les pouvoirs ionisants du* RaB *et du* RaC. Note de M. **H. Jedrzejowski**, présentée par M. Jean Perrin.

Quand on mesure des sources portant le dépôt actif du radium, par la comparaison de leurs rayonnements γ, avec celui d'une ampoule emplie de radon, les nombres obtenus dépendent de l'utilisation respective des rayons γ de RaB et RaC, parce que le rapport des quantités de RaB et RaC, constant, quand ces corps sont en équilibre avec le radon, varie, au contraire, avec le temps pour le dépôt actif séparé du radon.

La question étant peu étudiée ([1]) nous avons tenté une série d'expériences pour déterminer les pouvoirs ionisants du RaB et du RaC.

La méthode d'expérimentation et de calcul était la suivante :

Désignons par I_t l'activité du dépôt actif au temps t compté à partir de la fin d'activation dans le radon. On a

$$I_t = K_2 b B_t + K_3 c C_t \qquad \text{ou} \qquad I_t = K_3 c C_t \left(1 + \frac{K_2}{K_3} \frac{b B_t}{c C_t}\right),$$

où K_2, K_3, b, c, B_t et C_t désignent respectivement les pouvoirs ionisants, les constantes de désintégration et les nombres d'atomes présents du RaB et du RaC. Soient $\frac{b B_t}{c C_t} = x_t$ et $\frac{K_2}{K_3} = y$. On aura

$$\frac{I_t}{K_3 c C_t} = 1 + y x_t.$$

On voit que $\frac{I_t}{K_3 c C_t}$ est une fonction linéaire de x_t. I_t est donné par l'expérience, x_t et les quantités proportionnelles à C_t sont calculées d'après la théorie de transformations radioactives. K_3 n'étant pas connu, on peut le

([1]) H.-W. Schmidt, *Ann. d. Phys.*, 21, 1906, p. 609. Moseley et Makower, *Phil. Mag.*, 23, 1912, p. 302.

remplacer par un nombre arbitraire K et écrire :

$$\frac{I_t}{KcC_t} = A + Bx_t \qquad \text{avec} \qquad y = \frac{B}{A}.$$

Ensuite, si nous choisissons K de telle sorte que $\frac{I_0}{KcC_0} = 100$ et si nous portons x_t sur l'axe des abscisses et $\frac{KcC_t}{I_t}$ sur l'axe des ordonnées, l'ordonnée à l'origine de la droite tracée donne immédiatement l'ionisation due au RaC en pour 100 de l'ionisation totale; la différence avec 100 donne l'ionisation due au RaB.

La méthode décrite exige que le dépôt actif soit rigoureusement en équilibre avec le radon au moment $t = 0$. De tous les procédés d'activation, seule l'activation libre, en vase clos, peut donner des résultats satisfaisants. Mais, la source ne pouvant être ni chauffée, ni lavée, l'émanation adsorbée par la surface activée peut devenir une source d'erreurs appréciables. La difficulté a été tournée de la façon suivante :

Les activations étaient faites dans l'appareil décrit par nous précédemment (1). Après une durée d'activation, d'au moins 5 heures, on sépare à la flamme la boule activée et l'on suit la courbe de désactivation pendant 2 heures en laissant la boule toujours fermée. Ensuite, on abandonne la boule jusqu'à la journée suivante, où l'on fait la mesure, dans les mêmes conditions, de la correction due à la présence d'une certaine quantité de radon dans la boule. On utilise cette correction pour le calcul exact de I_t, en tenant compte de la décroissance de l'émanation.

Pour s'assurer que les choses se passent conformément aux prévisions, nous avons fait des expériences de vérification avec une chambre d'ionisation protégée, du côté dirigé vers la source, par un écran de 25^{mm} de Pb et des autres côtés, par une couche de 10^{mm} de Pb. L'action des rayons du RaB étant par là exclue, la courbe corrigée doit se confondre avec la courbe théorique calculée en supposant que RaC agit seul. La concordance a été trouvée parfaite dans tous les cas.

La question n'ayant jamais été étudiée, à notre connaissance, pour de grandes épaisseurs d'aluminium, nous avons utilisé, comme écrans, des plaques d'aluminium d'épaisseurs diverses entre 8 et 65^{mm}. La chambre d'ionisation était cylindrique; le diamètre de la face dirigée vers la source était de 30^{cm}. Cette face était formée par une feuille d'aluminium mince

---

(1) H. Jedrzejowski, *C. R.*, 182, 1926, p. 1536.

(0,5mm.); les autres parois étaient en laiton. La protection au sol était formée par une feuille d'Al (0,5mm.) du côté dirigé vers la source et d'une couche de 10mm. de Pb de tous les autres côtés. La distance entre la source et la chambre était 82cm. La source était protégée par une couche de plomb de 11cm. d'épaisseur; les écrans étaient placés à 20cm. de la source en contact immédiat avec la couche protectrice. L'appareillage de mesure était composé de l'électromètre Curie-Debierne et d'un quartz piézo-électrique.

Les mesures effectuées ont permis de tracer, en fonction des épaisseurs des écrans, une courbe d'ionisation due au RaC seul et exprimée en pourcentage de l'ionisation totale.

Voici les résultats lus d'après la courbe.

mm Al......	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
mm p. 100...	81,5	84,5	86,5	88	89,5	91	91,5	92,5	94	95	96

Ces résultats doivent être considérés comme préliminaires. Nous espérons prochainement donner des résultats plus complets et étudier les variations des pouvoirs ionisants avec les conditions d'expérience.

Il faut remarquer que l'incertitude des résultats augmente vite avec l'épaisseur des écrans, donc les nombres inscrits dans les dernières colonnes peuvent servir seulement d'indications générales. Pour les épaisseurs plus grandes que 60mm d'Al il était impossible de déceler l'action des rayons γ du RaB.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination, par voie ébullioscopique, de l'affinité relative à la formation des complexes entre les halogénures de cadmium et les halogénures alcalins.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons fixé, par voie ébullioscopique, la composition des complexes formés en solution aqueuse par les iodures de cadmium et de potassium, puis par le chlorure de cadmium, avec les chlorures de potassium, d'ammonium et de sodium.

Nous nous sommes proposé d'appliquer la méthode ébullioscopique à la détermination de l'affinité relative à ces réactions, en utilisant, ainsi que

([1]) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1708.

nous l'avons déjà fait [1], pour les complexes engendrés par le cyanure mercurique, le procédé indiqué par MM. G. Urbain, P. Job et Chauvenet [2], qui a conduit, par voie spectroscopique, M. P. Job [3], à de très intéressants résultats.

Si l'on mélange un volume $1-x$ de A, à la concentration Γ, à un volume x de B à la concentration $p\Gamma$, la constante k de l'équilibre

$$(1)\qquad m\text{A} + n\text{B} \rightleftharpoons \text{A}^m\text{B}^n$$

est donnée par

$$(2)\qquad k = \frac{\Gamma^{m+n-1}\,p^{n-1}[(mp+n)x-n]^{m+n}}{m^{n-1}\,n^{m-1}(p-1)^{m+n-1}[n-(m+n)x]} = \frac{C_A^m\,C_B^n}{C_{\text{complexe}}},$$

x correspondant à la composition maxima du complexe.

Nous avons montré (*loc. cit.*) que le complexe formé à 100°, entre l'iodure de cadmium et l'iodure de potassium, est $[\text{CdI}^4]\text{K}^2$.

Nous avons observé, en évaluant les élévations des sels simples par la règle des mélanges, ou en les rapportant au poids d'eau :

Conc. I_2Cd.	Conc. I*k*.	x max.	k.
0,4	1,6	0,667	$5,69 \times 10^{-3}$
0,6	2,4	0,773	$6,37 \times 10^{-3}$
0,75	3,0	0,620	$6,38 \times 10^{-3}$
0,4	1,2	0,570	$5,70 \times 10^{-3}$

soit, en moyenne pour k, environ 6×10^{-3}, qui correspond à une affinité très grande; on s'en rend compte en remarquant que le mélange d'iodure de potassium et d'iodure de cadmium, aux concentrations respectives $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$, donne 78 pour 100 de sels simples combinés à l'état de complexe $[\text{CdI}^4]\text{K}^2$.

L'étude des mélanges de solutions équimoléculaires de chlorure de cadmium et de chlorures alcalins nous a conduits (*loc. cit.*) à une proportion de 60 pour 100 de chlorure alcalin ClM dans le complexe, que l'on serait tenté d'écrire $2\text{Cl}^2\text{Cd}, 3\text{ClM} = [\text{Cd}^2\text{Cl}^5]\text{M}^3$.

Mais, par une discussion des phénomènes observés, nous avons pensé que la solution contenait le mélange des deux complexes $[\text{CdCl}^3]\text{M}$ et

---

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 390.

(2) G. Urbain, P. Job et Chauvenet, *Soc. Chim. phys.*, (*Procès-verbal de la séance du* 11 juin 1913).

(3) P. Job, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 928, 1108 et 1932; **182**, 1926, p. 631 et 1621; **184**, 1927, p. 204.

$[CdCl^4]M^2$, point de vue justifié par la détermination de la constante d'équilibre. On a en effet avec ClK :

Conc. Cl^2Cd.	Conc. ClK.	x max.	k_0.	k_1.	k_2.
0,750	3,000	0,50	∞	0,50	1,017
0,500	3,000	0,525	1,081	0,609	0,573
0,375	3,000	0,540	4,65	0,651	0,390
0,300	3,000	0,557	4,38	0,604	0,252
0,250	3,000	0,563	3,95	0,628	0,207

en désignant par k_0, k_1 et k_2 les constantes d'équilibre respectives, relatives aux complexes $[CdCl^3]K$, $[CdCl^4]K^2$ et $[Cd^2Cl^5]K^3$.

Ces résultats sont seuls compatibles avec la formation du complexe $[CdCl^4]K^2$, en présence d'un excès de ClK, le complexe $[CdCl^3]K$ est à une concentration négligeable. La constante moyenne (4 derniers) k_1 est 0,635.

La première valeur $k_1 = 0,5$ est un peu faible, vraisemblablement parce qu'il subsiste un peu de $[CdCl^3]K$ à côté de $[CdCl^4]K^2$.

Avec les mélanges de chlorure de cadmium et de chlorure de sodium, on a de même observé :

Conc. Cl^2Cd.	Conc. ClNa.	x max.	k_0.	k_1.	k_2.
0,500	3,000	0,485	< 0	1,26	1,66
0,300	3,000	0,525	11,9	0,98	0,516

résultats qui démontrent, là encore, l'existence du seul composé $[CdCl^4]Na^2$, en présence d'un excès de chlorure de sodium,

$$k_1 \text{ moyen} = 1,12.$$

Dans des mélanges de chlorure de cadmium et de chlorures alcalins aux concentrations respectives $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$, on voit que les proportions de sels simples engagées dans le complexe, sont seulement 27,5 pour 100 pour le chlorure de potassium, et 20 pour 100 dans le cas du chlorure de sodium, valeurs beaucoup plus faibles que pour les iodures.

Ainsi l'affinité va en décroissant en même temps que le poids atomique, aussi bien dans la famille des halogènes que dans celle des alcalins.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'adsorption des ions par le verre.* Note [1] de MM. **H. Devaux** et **E. Aubel**, présentée par M. Brillouin.

Le but du présent travail a été de voir si une surface de verre condense les ions salins en solution dans l'eau. Déjà de nombreux résultats, en particulier ceux de l'école de Langmuir, ont été publiés. Mais certains points nous ont paru avoir besoin d'être éclairés ou précisés et c'est dans l'espoir d'y apporter une contribution positive que nous publions nos expériences.

Comme corps absorbant nous avons choisi une colonne de coton de verre de 18605^{cm^2} de surface, enfoncée et tassée dans un tube de 14^{mm} de diamètre sur 470^{mm} de longueur.

Résultats qualitatifs. — Sur la colonne lavée, on verse une solution renfermant $0^{mg},5$ de Ca (sous forme de sulfate), puis on chasse la liqueur avec de l'eau distillée. Le liquide recueilli ne donne aucun précipité par l'oxalate de K, ce qui indique que la totalité du Ca a été fixée.

Si l'on recommence une seconde fois, l'adsorption est incomplète et du calcium sort en abondance. Mais un lavage, même prolongé, laisse du Ca fixé. En effet, si, après ce lavage, nous versons sur la colonne quelques centimètres cubes d'une solution de KCl ou de NaCl (ou de tout autre sel alcalin), puis de l'eau, la liqueur recueillie se montre riche en Ca. Cette expérience montre que, non seulement il y avait du Ca fixé, mais aussi que ce Ca est déplacé par les ions alcalins. Nous avons du reste reconnu que ce déplacement peut être effectué non seulement par K ou Na mais aussi par H, NH^4 et même quinine. Les ions déplaçants sont en même temps plus ou moins énergiquement fixés par le verre, mais d'autres ions, Ca en particulier les déplacent à leur tour. Il y a donc réversibilité.

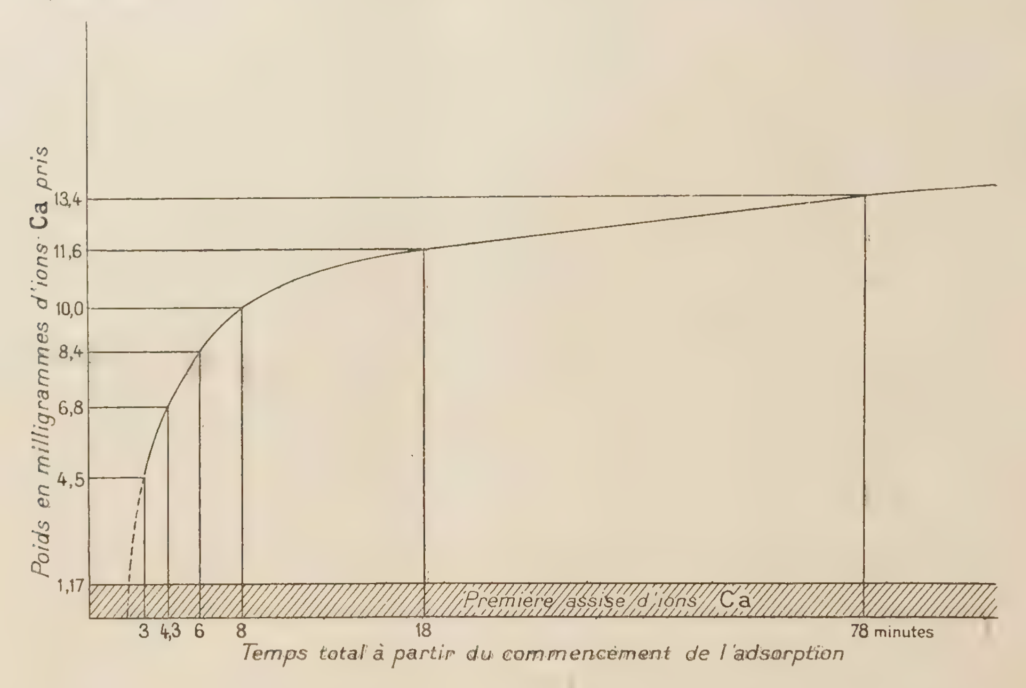
Résultats quantitatifs. — *a. Essai de calcification méthodique.* — Sur la colonne décalcifiée par SO^4K^2 et lavée, on fait passer, dans 10^{cm^3} d'eau, un poids de Ca de $1^{mg},17$ (poids calculé pour représenter une assise simple à la surface de 18605^{cm^2} de verre), puis on verse de façon continue une solution calcique diluée. Cette solution chasse la première, et l'on reçoit le liquide dans des tubes à essais. La première partie, 23^{cm^3}, correspond à l'eau pure imprégnant la colonne au départ plus l'eau des 10 premiers centimètres cubes renfermant $1^{mg},17$ de Ca. Les autres tubes recueillent chacun 13^{cm^3} de liquide. Voici les résultats :

---

[1] Séance du 31 janvier 1927.

Tubes.	Résultats.
1 (23^{cm^3})........................	absorption totale
2 (13^{cm^3})........................	absorption nulle
3 (13^{cm^3})........................	id.
4 (13^{cm^3})........................	id.
....	id.

L'ion calcium se fixe donc sur le verre en formant une assise simple. Nous nous sommes du reste assurés que *la totalité* de cette assise est déplacée par SO^4K^2 à 5 pour 100.



b. La fixation peut dépasser une couche monoionique. — Sur la colonne lavée, l'action prolongée de HCl, SO^4K^2, etc. produit une décalcification profonde allant jusqu'à 9 assises d'ions. Après un tel traitement la colonne devient particulièrement avide de Ca. Nous avons cherché la marche de la calcification en fonction du temps sur une telle colonne. Pour cela nous mettions un volume connu d'une solution de SO^4Ca en contact avec la surface absorbante. Au bout d'un temps donné, nous chassions par une nouvelle dose la solution absorbée et nous dosions le Ca restant. Les résultats sont traduits par la courbe ci-dessus :

Nous y avons représenté en hachures la première assise de Ca. L'aspect d'ensemble donne l'impression d'une courbe de dissolution. On voit que l'ion Ca pénètre dans la masse même du verre où il chemine de plus en plus lentement.

Conclusions — 1° Le verre est capable d'adsorber les cations (Ca, H, K,

Na, NH^4, quinine). Les cations fixés sont déplaçables par d'autres cations; il y a réversibilité.

2° Sur un verre non fortement décalcifié, par un acide ou par un sel alcalin, l'adsorption se réduit sensiblement à une assise simple d'ions Ca. Cette adsorption est instantanée.

3° Au contraire, sur un verre fortement décalcifié, il y a pénétration des ions dans le verre. Cette pénétration correspond à plusieurs assises d'ions Ca et est fonction du temps.

4° Le verre, adsorbant non seulement à sa surface mais aussi dans sa masse, se comporte donc comme un gel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs spécifiques d'une phase condensée suffisamment refroidie.* Note de M. **J. E. Verschaffelt**, présentée par M. Jean Perrin.

La Note de M. Perrakins, parue sous le même titre dans le *Compte rendu* du 4 janvier, contient deux propositions que je ne crois pas admissibles :

1° La règle de Trouton affirme que le quotient $\frac{L}{T}$ est le même pour tous les corps (normaux) à la température d'ébullition normale, mais non que ce quotient est indépendant de la température. Aussi la correction de Nernst à cette règle n'exprime pas comment ce rapport varie avec la température pour un corps donné, mais comment il change d'un corps à un autre avec le point d'ébullition normale de ce corps. Il n'y a donc pas lieu de différentier la relation

$$\frac{L}{T} = k \log T,$$

qui est inexistante et qui, au reste, si elle est exacte, conduirait, d'après les calculs même de l'auteur, à cette conséquence que la différence $\sigma_2 - \sigma_1$ des chaleurs spécifiques des phases à saturation est indépendante de la température, ce qui n'est certainement pas le cas.

2° L'auteur croit pouvoir identifier à basse température σ_2 avec $(c_p)_2$, la chaleur spécifique de la phase vapeur à pression constante. Mais du fait que dans le diagramme pv, la courbe de saturation de la vapeur se rapproche asymptotiquement de l'axe $p = 0$, il ne résulte pas du tout que la pression tend à rester constante; elle tend seulement vers zéro. D'ailleurs

on sait qu'à basse température

$$\frac{dL}{dT}=(c_p)_2-(c_p)_1,$$

de sorte que, si l'on néglige $(c_p)_1$ et σ_1 qui tendent vers zéro, on a

$$\sigma_2=(c_p)_2-\frac{L}{T},$$

qui devient égal à $-\infty$ pour $T=0$, puisque L ne s'annule pas.

On ne saurait donc rien conclure de là en faveur de la théorie de M. J. Perrin.

THERMOCHIMIE. — *Chaleurs de combustion de quelques huiles d'animaux marins.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. C. Matignon.

J'ai déterminé les chaleurs de combustion d'un certain nombre d'huiles d'animaux marins en vue de leur utilisation comme carburant dans les moteurs semi-Diesel.

Les essais pratiques actuellement en cours ayant donné des résultats excellents, il est permis, dès maintenant, de prévoir l'avenir qui peut être réservé à cette nouvelle utilisation de ces huiles, pour ce genre de moteur, dans les colonies privées de pétrole ou de ses dérivés et l'économie que leur usage entraînerait. La récente construction de moteurs semi-Diesel légers adaptés à la petite pêche et les résultats que les premiers essais font espérer pourront permettre au pêcheur de préparer lui-même son carburant. Les essais faits jusqu'à présent, avec un moteur fixe, sont très encourageants, mais il n'est pas encore permis de donner des résultats avant d'avoir terminé la série d'études en cours effectuées avec des huiles les plus différentes qu'il soit comme composition. Ces résultats seront donnés avec la suite des déterminations calorimétriques que je suis en train d'effectuer; les premières déterminations rapportées aujourd'hui montrent amplement tout l'intérêt que présente cette question.

Les chaleurs de combustion sont déterminées à volume constant et rapportées à 1^g de substance.

Huiles.	Chaleurs de combustion en cal : gr.	Points d'inflammabilité.	Points de combustibilité.
Globicephalus melas, Traill	8700	210°	230°
Delphinus delphis, Lin	8998	254	302
Centrophorus granulosus, Mull. et Henl.	10790	234	260
Centrophorus squamosus, Bonat	10404	237	273
Centrophorus calceus, Lowe	10335	220	257
Cetorhinus maximus, Gunner	9857	207	262
Hexanchus griseus, Rafin	9491	310	347
Dorosoma nasus, Bloch, n° 1	9030	201	240
» » n° 2	8940	305	347
Hydrocarbure extrait des huiles de centrophore.			
Squalène	10772	195	245

Les pouvoirs calorifiques les plus élevés sont du même ordre de grandeur que les pouvoirs calorifiques des pétroles.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage iodométrique de l'ion antimonique.* Note de MM. **A. Travers** et **Jouot**, présentée par M. Matignon.

Le dosage iodométrique de l'ion antimonique a été proposé pour la première fois par Weller ([1]), il est basé sur la réaction *réversible*,

(1) $$Sb^2O^5 + 4HI \rightleftharpoons Sb^2O^3 + 2I^2 + 2H^2O,$$

l'acide iodhydrique étant produit par addition d'iodure de potassium à la liqueur acide de chlorure antimonique.

L'auteur trouve des résultats beaucoup trop faibles; Knorre ([2]) confirmant ces données, préconise le dosage de l'ion antimonieux par la réaction inverse de droite à gauche, plus facile à obtenir complète.

Nous avons repris le dosage de l'ion antimonique et précisé les conditions qui permettent de rendre la réaction totale de gauche à droite.

Pour détruire l'équilibre (1), on ne peut songer à employer un excès d'acide iodhydrique (en l'espèce de Ki). En effet, dans ces conditions, on forme avec l'iodure alcalin le composé double $SbCl^3$, 3KI, 1,5 H^2O non encore décrit, mais dont l'analogue $SbCl^3$, 3KBr, 1,5 H^2O a été signalé

([1]) *Lieb. Ann.*, **213**, 1882, p. 364.

([2]) *Zeit. für angew. Chem.*, **2**, 1888, p. 155.

par Atkinson (¹); ce sel se dissout dans l'acide chlorhydrique dilué en donnant une liqueur *jaune brillant*, qui rend impossible tout titrage de l'iode libéré dans la réaction, même en présence d'amidon soluble.

Nous avons isolé ce composé en ajoutant, à une solution chlorhydrique (5 à 7 pour 100 de HCl) de trichlorure d'antimoine, de l'iodure de potassium en proportion $1\,SbCl^3$ pour $3KI$; on concentre dans le vide, il se sépare un corps rouge groseille, qu'on fait recristalliser plusieurs fois dans l'alcool. L'analyse lui assigne la formule

$$SbCl^3, 3KI, 1,5H^2O.$$

L'acide chlorhydrique *concentré* décompose le sel double et la solution devient incolore.

La dissolution dans l'acétone laisse précipiter le triodure d'antimoine, par suite de la réaction

$$SbCl^3 + 3KI = SbI^3 + 3KCl.$$

Pour rendre la réaction (1) complète de gauche à droite, on ne peut donc songer qu'à supprimer du champ de l'équilibre un des produits obtenus.

L'idée de former de l'émétique, par addition d'acide tartrique, se présente naturellement à l'esprit; la réaction peut effectivement être rendue totale, mais elle est *lente*.

On peut obtenir une réaction pratiquement instantanée en ajoutant à la solution d'iodure de potassium *un excès d'acide chlorhydrique concentré* : on engage, dans une sorte de complexe du type $SbCl^3 xHCl$ (²), le chlorure antimonieux formé, et on le soustrait ainsi à la réaction inverse. L'acidité à employer est de l'ordre de 15 pour 100 en acide chlorhydrique, et l'on prend environ 5 fois la quantité d'iodure correspondante à la réaction. La méthode ainsi employée est rapide et permet de doser l'antimoine dans un alliage du type antifriction ou dans un alliage d'imprimerie en moins d'une demi-heure; les résultats sont tout à fait d'accord avec ceux de la méthode électrolytique (Lassieur). L'attaque de l'alliage d'imprimerie est faite par l'acide chlorhydrique *brômé* à 13 pour 100 de Br; le plomb pur lui-même est attaqué rapidement par ce réactif.

(¹) *J. of Chem. Society*, 43, 1883, p. 289.

(²) Berthelot a signalé $SbCl^3, 3HCl$; Engel a décrit $2SbCl^3, HCl, 2H^2O$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches dans la série du fluorène.* Note de MM. **Ch. Courtot** et **C. Vignati**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans un Mémoire paru au *Bulletin de la Société chimique*, janvier 1927, t. 41, p. 58, nous avons fait connaître une série de résultats concernant le 2-bromofluorène et le 2-bromo-7-nitrofluorène. L'établissement de la constitution de ce dernier corps fera l'objet de la présente Note.

Cependant, nous devons tout d'abord revenir sur l'obtention des 2-halogénofluorènes par la réaction diazoïque effectuée sur le 2-aminofluorène, suivie de la décomposition de Sandmeyer. En effet, à la suite de notre publication, parut un travail de MM. Korczynski, Karlowska et Kierzek Sur quelques dérivés du fluorène ([1]), dans lequel ces chimistes arrivent à considérer — pour expliquer les résultats négatifs de leurs recherches — le diazo du 2-aminofluorène comme tout particulièrement stable dans les réactions de Sandmeyer, alors que *nos expériences confèrent à ce diazo, convenablement préparé, des propriétés normales.*

Ces auteurs ont essayé d'obtenir les 2-halogénofluorènes au moyen de la réaction diazoïque, en partant de l'aminofluorène, « mais, écrivent-ils, la combinaison diazoïque provenant de cette amine s'est montrée excessivement stable. Nous n'avons pu préparer de celle-ci, non seulement les chloro et bromofluorène, mais non plus l'iodofluorène ».

Or nous avons obtenu régulièrement, par la réaction de Sandmeyer, les trois dérivés halogénés du fluorène.

Le 2-chlorofluorène a été préparé, dès 1925 ([2]), de la façon suivante :

$9^g,1$ de 2-aminofluorène, finement pulvérisé, sont empâtés avec 40^{cm^3} de HCl à 10 pour 100. On tiédit au bain-marie, puis on laisse refroidir à la température du laboratoire tout en malaxant énergiquement et l'on diazote avec 25^{cm^3} d'une solution de nitrite 2N. Le chlorure de diazonium formé cristallise en cristaux soyeux, vert émeraude, moirés sous l'action de la lumière. On verse le diazo dans 70^{cm^3} de HCl concentré et 14^g de chlorure cuivreux. On chauffe au bain-marie jusqu'à cessation de dégagement gazeux. La masse, brun foncé, se décolle facilement des parois du récipient lorsque la décomposition est finie. On essore, lave à l'ammoniaque, puis à l'eau et sèche à basse température. On reprend le précipité par l'éther. On extrait la solution éthérée d'abord par la soude à 5 pour 100 pour éliminer le 2-fluorénol éventuellement formé, puis par l'acide chlorhydrique à 10 pour 100 pour séparer le 2-amino-

---

([1]) *Bul. Soc. chim.*, 41, 1927, p. 65.

([2]) R. Geoffroy, Thèse de Doctorat, Nancy, juin 1925.

fluorène non transformé. On lave à l'eau, sèche sur sulfate de soude et distille l'éther après filtration. On obtient 9g de produit fusible vers 86°. Le dérivé halogéné est purifié par cristallisation dans l'alcool chaud; on obtient un corps faiblement jaune, fusible à 95°. Par sublimation puis cristallisation dans l'alcool, nous l'avons obtenu blanc et fusible à 97°. Le rendement est alors voisin de 50 pour 100. Il est très soluble dans les solvants organiques usuels, l'alcool, le benzène, l'éther. Il se sublime facilement en dégageant une odeur aromatique agréable. Cl calculé 17,68. Trouvé 17,38. P. M. calculé 200,5. Trouvé par cryoscopie dans le benzène 193.

Le bromofluorène a été obtenu par cette même réaction (1) avec un rendement du même ordre, et enfin nous avons tenu à préparer aussi l'iodofluorène par cette méthode.

Nous avons démontré (*loco citato*) la position de l'atome de brome dans le bromofluorène préparé par bromuration directe du fluorène. L'halogène se place en 2 et, en poussant suffisamment la purification, on arrive, par cette bromuration directe, avec un rendement de 60 pour 100 de la théorie à un dérivé 2-halogéné ne renfermant plus que 5 pour 100 environ de dérivé dibromé.

Par nitration en milieu acétique, nous avons obtenu le 2-bromo-7-nitrofluorène ou 2-nitro-7-bromofluorène — les positions 2 et 7 étant équivalentes. Nous établissons la constitution de la manière suivante : nous oxydons le bromonitrofluorène f = 236° en bromonitrofluorénone f = 230°; par réduction au moyen de l'hydrogène sulfuré en milieu ammoniaco-alcoolique, nous arrivons à l'aminobromofluorénone f = 234° et en appliquant de nouveau la réaction de Sandmeyer au diazo correspondant, nous obtenons le dibromofluorénone f = 197-198°. Or ce dérivé possède ses atomes de brome en 2 et 7, comme cela a été établi par Schmidt et Bauer (2) qui se basèrent sur la démonstration de constitution de la dibromophénanthrènequinone faite par Schmidt et Junghaus (3).

En effet la dibromofluorénone f = 197-198° s'obtient en chauffant la dibromophénanthrènequinone f = 323° avec une solution de potasse. Or cette dibromophénanthrènequinone peut être obtenue par réduction de la dinitrophénanthrènequinone f = 301° et remplacement des groupes NH_2 par deux atomes de Br. Les atomes de brome sont sans doute à la place des groupes nitrés et la position de ces groupes nitrés dans la dinitrophénanthrènequinone a été établie par Schultz (4). Ce savant transforma la dinitrophénanthrènequinone f = 301° en acide dinitrodiphényldicarbonique et

(1) *Bul. Soc. chim.*, 41, 1927, p. 65.
(2) *Ber.*, 38, 1905, p. 3753.
(3) *Ber.*, 37, 1904, p. 3568.
(4) *Lieb. Ann.*, 196, 1879, p. 31.

celui-ci en dérivé diaminé correspondant. L'acide diaminodiphényldicarbonique traité par la chaux éteinte conduit à *la benzidine p-p'-diaminodiphényle* [1] de sorte que dans la dinitrophénanthrènequinone et par suite dans la dibromophénanthrènequinone et la dibromofluorénone f = 197-198°, les atomes de brome sont, dans chaque noyau benzénique, en para par rapport à la liaison diphénylique. Donc cette dibromofluorénone est 2.7 et notre bromonitrofluorène est également 2.7.

Du reste on arrive encore au 2.7-bromonitrofluorène f = 236° par bromuration du 2-nitrofluorène *en milieu chloroformique* à 0-3°; on isole, à côté une forte proportion d'un produit f = 142° qui doit être le 2-nitro-9-bromofluorène décrit par les savants polonais. Cette expérience apporte une nouvelle et simple démonstration de la constitution 2.7 de notre bromonitrofluorène, puisqu'on arrive au même produit soit par nitration du bromofluorène, soit par bromuration du 2-nitrofluorène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la sulfonation de l'anthraquinone en présence du mercure.* Note [2] de M. **André Meyer**, présentée par M. Charles Moureu.

Contrairement à l'opinion de Martinet et Roux [3], j'ai montré que le mercure est nécessaire pour réaliser la transposition de l'acide α-anthraquinone sulfonique en acide β [4]. J'ai expliqué cette migration, effectuée en milieu sulfurique, par une hydrolyse préalable de l'acide α et par une sulfonation ultérieure de l'anthraquinone qui en résulte, l'acide β étant le produit stable dans les conditions de l'expérience

$$C_6H_4(CO)_2C_6H_3(SO_3H)_{\alpha} + H_2O \rightarrow C_6H_4(CO)_2C_6H_4 + SO_4H_2 \rightarrow C_6H_4(CO)_2C_6H_3(SO_3H)_{\beta} + H_2O.$$

L'expérience suivante démontre la réalité de cette hypothèse.

En chauffant le sel de K de l'α-sulfoanthraquinone à 190° avec dix fois son poids d'acide sulfurique à 80 pour 100, en présence de 5 pour 100 de SO_4Hg, pendant 1 heure et demie, on observe en effet, déjà au bout de

(1) *Lieb. Ann.*, 174, 1874, p. 227.

(2) Séance du 21 février 1927.

(3) Martinet et Roux, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 385.

(4) André Meyer, *ibid.*, 183, 1926, p. 519.

quelques instants, une sublimation d'anthraquinone. Après refroidissement, la liqueur sulfurique, diluée dans cinq fois son poids d'eau, laisse déposer à nouveau de l'anthraquinone. La quantité totale recueillie représente environ $\frac{1}{3}$ de la quantité théorique.

Les eaux mères, traitées par le chlore naissant ([1]), donnent un mélange de chloroanthraquinones, fusible vers 175°, d'où l'on sépare, par recristallisation dans la benzine, la β-chloranthraquinone, peu soluble (P.F. 205-207°), de l'α-chloranthraquinone (P. F. 162°), très soluble dans ce dissolvant (environ 35 pour 100 de β et 65 pour 100 de α). Les acides sulfoniques α et β correspondants se trouvent donc mélangés dans le même rapport, après le traitement sulfurique. L'acide α a donc subi une hydrolyse partielle sous l'influence de SO^4H^2 dilué, en présence de Hg; l'anthraquinone en résultant, en milieu dilué, ne s'est sulfonée en β que partiellement. Par une expérience directe, on a en outre vérifié la stabilité de l'acide β vis-à-vis de SO^4H^2.

L'action hydrolysante de l'acide sulfurique dilué, en présence de mercure, sur les dérivés α sulfonés de l'anthraquinone est d'ailleurs connue ([2]).

Martinet et Roux ont enfin affirmé qu'en sulfonant l'anthraquinone à 160°, température de préparation de l'acide β, mais en présence de Hg, on obtient cet acide avec un rendement supérieur et plus rapidement qu'en l'absence de catalyseur. Suivant leurs indications, j'ai traité 50^g d'anthraquinone par 50^g d'oléum à 50 pour 100 de SO^3 à 160° pendant 1 heure et demie, avec addition de $0^g,5$, soit 1 pour 100 de SO^4Hg. Ce dernier sel était intimement broyé avec l'anthraquinone : en négligeant cette précaution, on observerait, en effet, la formation d'acide β due à ce que le catalyseur serait insuffisamment dissous dans l'acide ([3]). La proportion du Hg dans mes expériences correspond aux conditions usuelles de préparation de l'acide α ([4]).

Mes résultats ne confirment pas les assertions des auteurs.

La majeure partie du produit de sulfonation est constituée par de l'acide α-monosulfonique, à côté d'acides disulfoniques 1.5 et 1.8 et d'une petite quantité d'acide trisulfonique. Il n'a pas été possible de démontrer avec

---

([1]) Ullmann et divers, *Ann.*, 381, 1911, p. 3; *Ber. ch. Ges.*, 44, 1911, p. 3129.

([2]) Bayer, D. R. P. n° 160104 du 14-11-1903 (*Chem. Zentralb.*, I, 1905, p. 1447).

([3]) Schmidt, *Ber. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 67. — Iljinsky, *ibid.*, 36, 1903, p. 4199.

([4]) Martinet et Roux n'ont précisé ni la quantité, ni l'état du mercure utilisé, ni le rendement en acide β. Ils ont opéré sur 5^g seulement d'anthraquinone : dans ces conditions, il est difficile d'identifier les produits obtenus.

certitude l'existence en quantité appréciable d'acide β-monosulfonique. Il n'y a donc pas lieu de modifier sur ce point les données classiques de la littérature.

L'identification des différents corps obtenus a été effectuée comme suit.

La masse de sulfonation, après dilution à froid, est séparée de l'anthraquinone inattaquée. Le filtrat est traité par KCl, ce qui donne un sulfonate (I). Après concentration de l'eau mère, une nouvelle précipitation par KCl fournit le sulfonate (II). Une troisième fraction (III) est séparée par addition de NaCl. Enfin, le liquide résiduel, traité par Cl naissant, ne donne pas de dérivé halogéné; par action de l'aniline, on ne précipite plus d'acide sulfonique, ce qui démontre que tous les dérivés sulfonés ont été précipités dans les trois fractions précédentes.

On traite une partie de chacun des sels (I), (II) et (III) : 1° par le chlore naissant (Ullmann, *loc. cit.*), ce qui fournit des anthraquinones halogénées; 2° par le chlorhydrate d'aniline ([1]), qui les transforme en sulfonates d'aniline insolubles.

Le dosage du Cl dans le produit halogéné (I) concorde avec le titrage alcalimétrique du sel d'aniline correspondant pour indiquer les proportions de 79 pour 100 d'acide monosulfonique et 21 pour 100 de disulfonés. Par cristallisations fractionnées (benzène, acétone, éther acétique, etc.), on isole l'α-chloroanthraquinone (F. 162°), et des parties les moins solubles, par recristallisation et sublimation fractionnée, on sépare la dichloro-anthraquinone 1.5 (P. F. 250°) et la dichloroanthraquinone 1.8 (P. F. 198-200°). On n'a pas rencontré de β-chloroanthraquinone.

Le produit (II) renferme 48 pour 100 de monosulfo et 52 pour 100 de disulfonés. Dans le produit halogéné correspondant, on retrouve les mêmes chloroanthraquinones, mais pas de dérivé β.

Enfin la fraction (III), chargée de sels minéraux, fournit un sel d'aniline d'acide trisulfonique. Son dérivé chloré (P. F. > 300°) correspond à cette conclusion.

En résumé, on retrouve 17 pour 100 d'anthraquinone inattaquée, 57 pour 100 à l'état d'acide monosulfonique, 20 pour 100 d'acides disulfoniques, 3 pour 100 de trisulfo.

([1]) Perkin et Sewell, *J. Soc. Chem. Ind.*, 42, 1923, p. 27-31 T.

SISMOLOGIE. — *Sur la répartition des tremblements de terre en latitude.* Note de M. **Ch. Maurain**, présentée par M. Bigourdan.

1. La statistique qui suit porte sur des tremblements de terre qui ont été assez violents pour se faire sentir à de très grandes distances, et dont les emplacements ont été déduits des observations faites dans les stations sismologiques réparties sur l'ensemble du Globe. Dans ces conditions, qui sont celles des statistiques faites autrefois par Milne, un tremblement de terre est décelé et son emplacement est déterminé, en principe, quelle que soit la position géographique de cet emplacement.

Cette statistique comprend : 1° 542 tremblements de terre des années 1914 à 1920, dont les emplacements ont été relevés dans le *Bulletin of the British Association Seismology Committee* ou le *International Seismological Summary*, et qui ont été enregistrés à des distances d'au moins 15000^{km} ou 135° de grand cercle; 2° 1009 tremblements de terre des années 1903 à 1910 contenus dans les listes publiées par Milne et, dont Milne dit qu'ils ont été décelés sur toute la Terre ou du moins sur une étendue supérieure à celle de l'ensemble de l'Europe et de l'Asie.

Ces 1551 tremblements de terre se répartissent de la manière suivante dans les zones comprises entre les parallèles 0-10°, 10°-20°, etc.

0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-50°.	50°-60°.	60°-70°.	70°-80°.	80°-90.
450	329	244	258	152	87	21	9	1

En tenant compte des surfaces de ces différentes zones, on trouve que le nombre de ces tremblements de terre par dix-millions de kilomètres carrés est

50,8	38,3	30,4	35,4	24,1	17,1	5,6	3,9	1,3.

Ainsi la densité des tremblements de terre est, en gros, d'autant plus grande que la latitude est plus faible.

La répartition des observatoires séismologiques en latitude intervient sans doute un peu dans ce résultat. Cependant, dans l'hémisphère Nord, le plus grand nombre des observatoires se trouvent aux latitudes moyennes, et les tremblements de terre violents doivent être enregistrés aussi bien si leur origine est dans les régions polaires que si elle est dans les régions équatoriales; il y a d'ailleurs une trentaine d'observatoires à des latitudes supérieures à 50° et quelques-uns au-dessus de 60°. Dans l'hémisphère Sud, la plupart des observatoires sont situés entre 30° et 40°, et il y en a plusieurs

au-dessus de 40°; malgré ces conditions moins favorables, les tremblements de terre sensibles aux séismographes jusqu'à des distances d'au moins 15000^{km} doivent être généralement enregistrés même s'ils se produisent dans l'antarctique; dans ces conditions, un temblement de terre qui se produirait au pôle Sud serait décelé par tous les observatoires situés entre le pôle Sud et le parallèle 45° Nord.

Les 542 tremblements de terre formant la première partie de la statistique se partagent presque également entre les deux hémisphères (273 dans l'hémisphère Nord, 264 dans l'hémisphère Sud, 5 approximativement sur l'équateur). La répartition est assez différente dans la partie de la statistique empruntée à Milne, et, sur l'ensemble des 1551 séismes, 927 sont dans l'hémisphère Nord et 624 dans l'hémisphère Sud, en partageant par moitié ceux qui sont approximativement sur l'équateur.

La répartition des 542 tremblements de terre dans les zones de 10° est la suivante :

0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-50°.	50°-60°.	60°-70°.	70°-80°.	80°-90°.
164	142	84	77	56	15	2	2	0

soit, par dix millions de kilomètres carrés, des nombres de séismes

18,5	16,5	10,4	10,6	8,9	3	0,6	0,9	0

variation qui est analogue à celle constatée pour l'ensemble des 1551.

Il semble donc que la diminution de la densité des tremblements de terre à latitude croissante soit bien une réalité.

2. Il est naturel de rapporter l'interprétation de cette variation au mouvement de rotation de la Terre et, en fait, à la force centrifuge. On peut supposer que la répartition des masses dans les couches qui se trouvent sous la croûte rocheuse superficielle ne satisfait pas entièrement aux conditions d'équilibre correspondant au champ de forces résultant de l'attraction et de la force centrifuge; l'écart par rapport aux conditions d'équilibre serait le plus grand à l'équateur et diminuerait de l'équateur au pôle. Il en résulterait une tendance aux séismes décroissant de l'équateur au pôle.

Les travaux de Milne et de F. de Montessus de Ballore ont conduit à des conclusions bien connues sur la nature des régions à forte séismicité; ce sont celles où l'évolution géologique paraît la plus active. On pourrait donc encore interpréter le résultat de la statistique comme l'indice d'une répartition dépendant de la rotation de la Terre pour les régions à évolution géologique active. Cette interprétation est reliée d'ailleurs à la précédente.

L'une et l'autre attribuent un rôle aux écarts par rapport aux conditions d'équilibre gravifiques dans les mouvements soit lents, soit brusques, de couches terrestres peu éloignées de la surface.

MÉTÉOROLOGIE. — *Contribution à l'étude du mistral.* Note de MM. **D. Faucher** et **E. Rougetot**, présentée par M. Deslandres.

Dans une Note précédente (¹), nous avons montré que la vitesse du vent du Nord, subit dans la vallée du Rhône, entre Saint-Vallier et Montélimar, un accroissement dont la vallée elle-même est la cause, indépendamment de la situation barométrique générale.

Il est dès lors extrêmement intéressant de rechercher en quelle partie de la vallée du Rhône cette augmentation de vitesse se produit. Les observations que nous avons pu faire dans le courant de 1924 et 1925 nous ont convaincus que l'accroissement principal entre les deux points extrêmes considérés se produit dans la plaine de Valence. A titre d'exemple, nous donnons dans le tableau ci-dessous des mesures de vitesses faites à la même heure à Saint-Vallier (dans le défilé) à la ferme de la Trésorerie (entre Valence et Chabeuil, au centre de la plaine de Valence), à la station météorologique de Montélimar-Ancône enfin (à la sortie du défilé de Cruas).

Dates (1924).	Saint-Vallier.	La Trésorerie (Valence).	Augmentation.	Montélimar.	Augmentation par rapport à Valence.
Août 26 à 9h.....	4,4	7,6	3,2	8,3	0,7
» 28 15.....	3,1	8,2	5,1	10,0	1,8
Sept. 1 { 9.....	3,4	3,4	0,0	4,0	0,6
Sept. 1 { 15.....	3,7	6,4	2,7	7,1	0,7
» 2 15.....	6,2	10,3	4,1	11,1	0,8
» 8 15.....	5,9	8,1	2,2	10,0	1,9
» 4 9.....	2,5	3,3	0,8	3,9	0,6
» 11 9.....	3,7	7,5	3,8	8,3	0,8

Ainsi, nette augmentation entre Saint-Vallier et la plaine de Valence (La Trésorerie), différence de vitesse très peu marquée entre cette plaine et Montélimar-Ancône.

Les observations que nous avons pu faire en juillet et septembre de

(¹) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 328.

l'année 1925 ont pleinement confirmé les résultats du tableau ci-dessus. Pour 10 observations faites en juillet à 9^h ou 15^h les différences entre la Trésorerie et Montélimar-Ancône ont été en moyenne de 0,9 et ont oscillé entre $-0^m,20$ et $+3^m,90$. Pour 8 observations faites en septembre, la moyenne des différences est de 0,76, avec oscillation entre les mêmes limites.

L'égalisation de la vitesse du courant aérien entre la plaine de Valence (La Trésorerie) et Montélimar-Ancône est donc tout aussi remarquable que son accroissement entre Saint-Vallier et Valence. L'action du défilé de Cruas sur l'augmentation de vitesse du vent du Nord parait donc extrêmement faible. Des observations faites conjointement en août 1926, au centre de la plaine de la Valdaine et à Ancône ont confirmé le fait. Les vitesses enregistrées dans cette plaine s'égalisent à celles que notait aux mêmes heures la Station météorologique de Montélimar-Ancône, placée comme nous l'avons dit à la sortie du défilé.

CYTOLOGIE. — *La structure vitale du noyau et l'action des fixateurs.* Note de M. **P. Martens**, présentée par M. Guignard.

Poursuivant des recherches antérieures ([1]), nous avons étudié, *sur le vivant*, la structure du noyau végétal au repos, d'une part, sur de jeunes ovules d'*Orchis maculata* et de *Listera ovata*, d'autre part, sur des styles plumeux de diverses Graminées : *Arrhenatherum elatius*, *Festuca rubra*, *Cynosurus cristatus*, *Lolium perenne*, *Holcus lanatus*, etc. La technique et les méthodes d'observation ont été spécialement étudiées afin d'écarter radicalement et sans contestation possible tout danger d'altération, de quelque origine qu'elle soit, de même que toute illusion d'optique.

Chez l'*Arrhenaterum elatius*, que nous prendrons comme exemple, le noyau vivant, au repos, d'un style adulte, paraît toujours simplement *granulaire* si on l'observe avec un grossissement moyen ou un éclairage de qualité médiocre ; mais, en utilisant des moyens optiques plus puissants et des conditions d'observation optima, il apparaît clairement que les granules sont rattachés les uns aux autres par de très minces traits filamenteux, les granules ne paraissant être même que des points de renflement et d'épaississement des filaments, là où plusieurs se rejoignent. Au reste, les filaments se

([1]) *La Cellule*, 32, II, 1922, p. 331-428 ; 36, 1925, p. 125-214.

rattachent à *certains* granules, non à d'autres tout aussi rapprochés; leur parcours est donc indépendant de ce rapprochement. Ces traits passant d'un granule à l'autre réalisent ainsi des filaments orientés souvent parallèlement, qu'on peut suivre sur une certaine longueur, et dont le tracé est plus ou moins en zigzag. Dans son ensemble, le noyau vivant a donc un aspect *filamenteux-réticulé*, les filaments eux-mêmes comportant de nombreux empâtements plus ou moins granulaires.

Dans les cas favorables, on distingue en outre les *nucléoles*. Enfin, et contrairement à des observations récentes de Schaede, nous avons toujours pu mettre en évidence la *membrane nucléaire*.

De nombreuses observations de détail, qu'il serait trop long de rapporter ici, nous ont permis d'établir l'objectivité rigoureuse de ces filaments en zigzag. Elles ont démontré aussi qu'ils ne correspondent aucunement à la section optique de parois lamellaires de vacuoles ou d'alvéoles.

Partant de l'observation strictement vitale d'un noyau donné, nous soumettons celui-ci à l'action de divers fixateurs. La fixation est réalisée *sous l'objectif*, l'œil ne quittant pas un instant l'oculaire. Il est donc possible, en utilisant certaines précautions, de suivre, seconde par seconde, l'action du fixateur sur tel ou tel détail de structure nucléaire mis préalablement au point. Nous avons utilisé principalement, dans ces recherches, le liquide de Benda et le picroformol de Bouin.

Les modifications de structure nucléaire peuvent être ainsi suivies avec une extrême minutie et, à part un très léger gonflement du noyau, le fixateur n'entraîne aucun bouleversement, *aucun déplacement* des éléments figurés qu'il contient. Si l'on fixe de l'œil, au préalable, un des filaments en zigzag dont nous avons parlé, on constate qu'à la seconde même de pénétration du fixateur dans le noyau, ce tracé en zigzag se précise sans aucunement se modifier. Le fond du noyau devenant plus clair, filaments et granules paraissent s'épaissir, tout comme s'ils étaient le siège d'un ramassement de substance. Notons que cet épaississement est toujours plus sensible aux points de croisement ou d'union des filaments, et aux angles du tracé en zigzag, c'est-à-dire sur les appareuts granules.

L'effet est identique dans toutes les parties du noyau et sur *tous les noyaux :* jamais les filaments ni les granules ne disparaissent ni ne se déplacent; simplement, ils deviennent *très* apparents, de *peu* apparents qu'ils étaient auparavant. Le *degré* de précision et de visibilité étant mis hors cause, le noyau fixé garde donc le même aspect général *filamenteux-réticulé* que décelait l'examen vital.

Ajoutons que le fixateur précise en même temps la membrane nucléaire, rend mieux visibles les nucléoles et fait apparaître autour d'eux une zone claire, d'autant plus étroite que la fixation est meilleure. L'effet de cette fixation sommaire et rapide, contrôlée sous l'objectif, a été reconnu conforme à celui d'une fixation prolongée, comme à celui d'une fixation normale suivie des colorations nucléaires habituelles.

Des résultats analogues ou identiques ont été obtenus, tant pour l'examen vital que pour la fixation contrôlée, avec toutes les autres espèces indiquées ci-dessus, ainsi qu'avec les noyaux *interphasiques* de plusieurs d'entre elles.

Mises en regard de nos recherches antérieures sur le cycle du chromosome somatique, étudié sur préparations fixées, ces observations confirment, sur *un nouveau terrain*, la persistance morphologique des structures chromosomiques d'une cinèse à l'autre, y compris la période d'interphase ou de repos.

BOTANIQUE. — *Observations cytologiques et taxinomiques sur les Levures du groupe des Sporobolomyces*. Note de M. **A. Guilliermond**, présentée par M. Marin Molliard.

Il existe un groupe spécial de Levures à pigment rouge, caractérisé par le fait que les cellules, après un bourgeonnement normal, donnent naissance à une sorte de stérigmate à l'extrémité duquel se forme une cellule réniforme ressemblant à une conidie. Les cellules réniformes sont ensuite projetées à une certaine distance, et lorsqu'on cultive la Levure sur gélose en boîte de Petri retournée, celles-ci viennent se déposer sur le couvercle où elles forment une tache blanchâtre reproduisant exactement l'image de la colonie, et que pour cela on a désignée sous le nom de miroir. Ces Levures qui ne produisent pas d'asques, déjà étudiées par Fischer et Brebek, par Janssens et Mertens, etc., sont surtout connues grâce aux récentes recherches de Kluyver et van Niel [1]. Ces auteurs ont assimilé les cellules réniformes à de véritables conidies, et ont montré que celles-ci sont projetées à distance grâce à un mécanisme analogue à celui décrit par Buller pour les basidiospores de certains Hyménomycètes. Ils ont été ainsi amenés à rapprocher ces

---

(1) *Centralbl. f. Bakteriologie*, 2e Abt., 63, 1924, p. 125.

conidies aux basidiospores et à rattacher aux Hémibasidiées ces Levures pour lesquelles ils ont créé le genre *Sporobolomyces*.

Dans le but de vérifier ce rapprochement par une étude cytologique, Kluyver et van Niel nous ont envoyé des cultures de trois espèces de *Sporobolomyces : S. roseus, S. tenuis* et *S. salmonicolor*.

Nous avons d'abord repris l'étude du développement de ces espèces en cultures sur cellules de van Tieghem et Lemonnier, ce qui nous a permis de vérifier les résultats de ces auteurs. Sur moût gélosé, les cellules comparables à des conidies de *S. roseus*, recueillies sur le couvercle d'une boîte de Petri retournée, bourgeonnent par leurs extrémités et produisent au bout de 12 heures de petits amas de cellules adhérentes les unes aux autres. Celles-ci, au bout de 24 heures, se séparent et cessent de bourgeonner : elles émettent alors sur leur face latérale une sorte de stérigmate très mince et plus ou moins allongé, qui donne naissance à son extrémité à un petit bourgeon : celui-ci grossit en prenant l'aspect d'une cellule réniforme, puis est mis en liberté.

Il arrive parfois que le même stérigmate produise à son extrémité plusieurs cellules réniformes. Plus souvent encore, le stérigmate se ramifie à son extrémité en deux ou trois courts rameaux qui, chacun, forme une cellule réniforme. Enfin, assez fréquemment, une même cellule mère peut émettre plusieurs stérigmates disséminés en divers points de sa surface. On observe des phénomènes tout à fait semblables dans le *S. tenuis*, avec cette différence que presque toujours les stérigmates se diverticulisent en deux ou trois branches qui, chacune, porte une cellule réniforme. Par contre, le développement est plus compliqué dans le *S. salmonicolor*, parce que cette levure donne des rudiments mycéliens : les cellules réniformes peuvent apparaître aussi bien aux dépens des cellules levures qu'aux dépens des filaments mycéliens. Il semble donc que les cellules réniformes, qui naissent à l'extrémité de stérigmates et sont projetées à distance, qui d'ailleurs ont un contenu plus dense que les cellules mères et des dimensions sensiblement égales, correspondent bien à des sortes de conidies.

A l'état frais, ces levures montrent dans leur cytoplasme des gouttelettes très réfringentes qui augmentent de nombre et de dimensions à mesure que les cellules vieillissent et peuvent se fusionner en gros globules. Ce sont ces gouttelettes qui renferment le pigment, car elles montrent quand elles ont acquis une certaine dimension une teinte nettement rose. Ces gouttelettes réduisent l'acide osmique et se colorent pour le Soudan et

le bleu d'indophénol; on peut donc les considérer comme de nature lipoïde. Elles ne présentent pas les réactions microchimiques de la carotine avec l'acide sulfurique, l'acide chlorhydrique, le perchlorure de fer et le réactif iodo-ioduré. Le pigment n'est pas soluble dans l'alcool, le chloroforme, la benzine et le sulfure de carbone lorsqu'on traite directement la culture par ces substances; toutefois, nous avons obtenu une légère dissolution par un traitement de 24 heures dans l'éther. Par ces caractères, le pigment se distingue du pigment de même couleur que l'on rencontre dans les paraphyses de certaines Pézizes (entre autres *Humaria rutilans*), que nous avons étudié comparativement et qui se trouve également dans des gouttelettes lipoïdes, mais qui offrent les caractères microchimiques de la carotine.

Après fixation au liquide de Bouin et coloration à l'hématoxyline ferrique et à l'érythrosine, on observe dans chaque cellule un seul noyau, constitué par un nucléoplasme coloré en rose et un gros nucléole sidérophile. Pendant le bourgeonnement, le noyau s'allonge, en envoyant son extrémité dans le bourgeon, puis il se divise par étirement (amitose) dans le col du bourgeon. Lors de la formation des conidies, il se divise également par amitose, mais dans la cellule mère elle même et l'un des noyaux fils émigre dans le stérigmate en s'effilant. Les rudiments mycéliens du *S. salmonicolor* ne sont généralement pas cloisonnés et ne renferment qu'un seul noyau. Le cytoplasme est rempli de petits grains sidérophiles qui se décolorent avant le noyau et qui correspondent aux gouttelettes lipoïdes qui renferment le pigment. L'étude du chondriome constitué presque exclusivement par des chondriocontes montre qu'il ne paraît pas exister de relation entre ces derniers et les granulations pigmentaires.

Nos recherches démontrent que les cellules des *Sporobolomyces* ne renferment à tous les stades de leur développement qu'un seul noyau et qu'il ne se produit par conséquent dans les cellules mères qui produisent les conidies aucune karyogamie. Elles ne confirment donc pas le rapprochement établi par Kluyver et van Niel entre ces Levures et les Hémibasidiées et l'on doit conclure qu'il n'existe en réalité que des ressemblances superficielles entre le mode de formation des conidies des *Sporobolomyces* et celui des basidiopores.

MYCOLOGIE. — *Quelques observations sur la morphologie du mycélium et des suçoirs du* Phytophthora infestans *dans le tubercule de pomme de terre.* Note [1] de M. **J. Szymanek**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Le décèlement du mycélium et des suçoirs du *Ph. infestans* dans le tubercule de pomme de terre présente toujours quelques difficultés. Cette circonstance était la cause de divergences d'opinion sur les formes morphologiques du mycélium et des suçoirs du parasite. La structure fut, depuis les travaux de de Bary, l'objet de nombreuses controverses. Les travaux effectués à l'étranger, tels que ceux de Clinton, McKay, de Bruyn, Löhnis et d'autres, n'ont pas, non plus, apporté plus de clarté sur l'évolution du parasite dans les tubercules.



Il résulte de nos observations que le mycélium est rarement filamenteux mais large, ramifié et en palmette; il recouvre presque la moitié de la cellule (*fig.* 1 et 4). Les suçoirs présentent les formes les plus diverses : forme de massue (simple ou double), forme de crochet, voire même forme de tire-bouchon (*fig.* 5); quelquefois ils sont pourvus d'appendices qui ressemblent aux suçoirs du même parasite dans les tissus foliaires (*fig.* 3) décrits par certains auteurs.

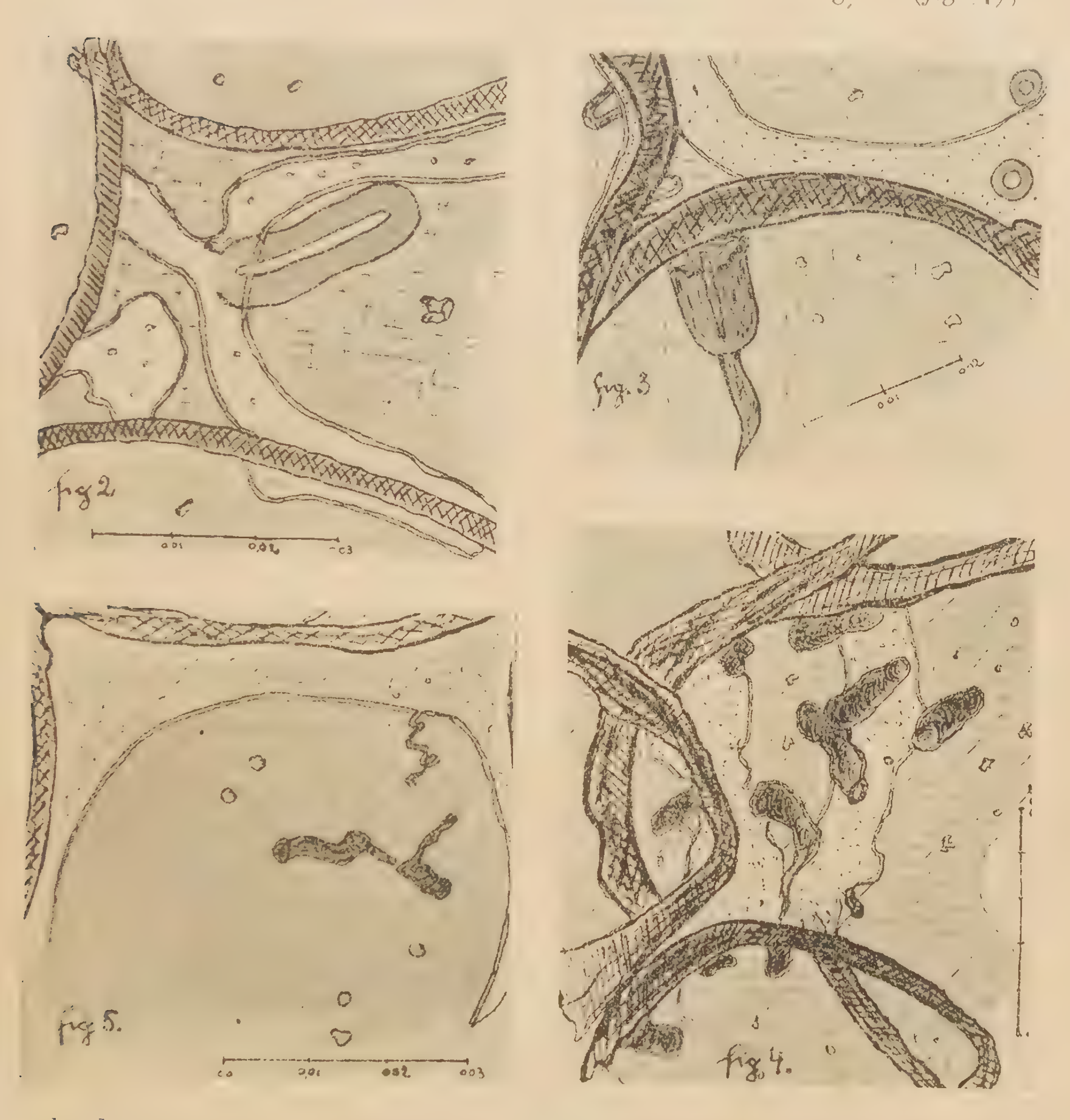
Le mycélium, en général, est moins chromophile que la membrane cellu-

---

(1) Séance du 21 février 1927.

laire de l'hôte, tandis que les suçoirs à parois très épaisses et à canal très étroit (*fig*. 2) se colorent intensément.

La base du suçoir est aussi large que le suçoir dans sa longueur (*fig*. 4);



la plupart d'eux présentent à leurs extrémités un renflement. Étant donné que leur diamètre varie dans des limites très vastes et que les membranes des cellules envahies présentent des perforations nombreuses à diamètre de

peu inférieur à celui des suçoirs très petits, on peut admettre que la pénétration s'effectue à travers ces perforations.

En regard des constatations précédentes, il n'est pas sans intérêt de rappeler les expériences de Miyoshi; celui-ci, expérimentant sur un *Penicillium*, a vu le mycélium de ce champignon traverser une feuille d'or d'une certaine épaisseur.

MYCOLOGIE. — *Sur le développement des périthèces chez le* Cordyceps militaris (*Linn.*) *Link*. Note (1) de M. **Bogdan Varitchak**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Lorsqu'on envisage l'ensemble des Ascomycètes, on constate qu'il existe deux sortes de périthèces : les périthèces simples et les périthèces composés; si l'on connaît assez bien l'origine des premiers, il n'en est pas de même en ce qui concerne les seconds.

Aussi avons-nous profité de récoltes particulièrement abondantes de *Cordyceps militaris* qui possède des périthèces (2) composés, pour étudier tous les stades de l'évolution de ce champignon (*fig.* 1, *a*, *b*, *c*, *d*). Celui-ci se développe sur une chrysalide enfoncée dans la mousse humide à une profondeur de 2 à 3^{cm}.

Le début de chacune des chambres contenant les asques montre un filament plus ou moins renflé, dont l'extrémité ne renferme qu'un seul noyau (*fig.* 2, *a*) : c'est l'ascogone; celui-ci se remarque au milieu des autres filaments qui l'entourent par un cytoplasme très dense et fortement chromatique : le noyau lui-même est plus gros que les noyaux ordinaires et il se distingue, d'autre part, en ce qu'il possède un nucléole volumineux.

Cet ascogone, en même temps qu'il s'allonge en se recourbant, ou en se contournant plus complètement, devient plurinucléé (*fig.* 2, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *k*); parfois les noyaux sont rapprochés par paires : mais il s'agit d'une apparence due à une division récente et non à de véritables synkarons. Il est important de noter qu'à aucun moment ces ascogones n'entrent en communication directe avec un second filament copulateur : il n'existe donc dans le *Cordyceps militaris* aucun vestige de sexualité à ce niveau. Très exceptionnellement, par suite du rapprochement de deux ascogones, on

(1) Séance du 21 février 1927.

(2) P.-A. Dangeard, *L'origine du périthèce chez les Ascomycètes* (*Le Botaniste*, 10e série, I-XC, 1907, p. 1-185, pl. 8).



Fig. 1.



Fig. 2.

pourrait avoir l'impression d'une mise en relation des deux organes : ce n'est qu'une apparence ainsi qu'on peut le vérifier et sans doute des cas analogues ont-ils été interprétés inexactement.

Avec le concours des hyphes végétatives, l'ascogone commence à former des pelotons (*fig.* 2, *i*). Ces hyphes prennent un aspect semblable à celui de l'ascogone. Dans ce stade, on ne peut guère distinguer l'ascogone qu'à sa dimension un peu plus grande et à ses noyaux un peu plus volumineux. Bientôt l'ascogone se renfle et il forme un sac à partir duquel se développent les hyphes ascogènes (*fig.* 2, *j*); des noyaux s'en vont dans ces ramifications et l'on trouve aussi les noyaux disposés par paires, surtout dans des stades assez avancés où les pelotons deviennent de plus en plus grands; on peut trouver aussi les restes des ascogones en voie de disparition.

A un moment donné, apparaissent les organes qu'on appelle périphyses et en même temps les parois des périthèces commencent à se former. Un peu plus tard, à la base des périthèces, se forme un tissu pseudo-parenchymateux à partir duquel se produisent les crochets. Dans les jeunes asques nous avons observé la fusion « dangeardienne ».

L'asque une fois formé est le lieu de processus extrêmement curieux qui aboutissent à la formation des spores. A cause des faibles dimensions des objets à examiner, on ne peut pas suivre toutes les phases. Les stades que nous avons pu observer nous montrent nettement que le nombre des chromosomes dans cette espèce est de deux.

Conclusions. — A notre connaissance, c'est la première fois qu'on a suivi le développement des périthèces chez un représentant du genre *Cordyceps*. Étant donné qu'en dehors des jeunes asques nous n'avons constaté ni fusion nucléaire, ni même passage de noyaux de l'un des organes initiaux dans l'autre, il nous semble qu'on peut appliquer aux *Cordyceps* les idées générales formulées au sujet des Ascomycètes à périthèce simple.

ENTOMOLOGIE. — *La descendance des monstres doubles de Phasmides. Origine des intersexués* (¹). Note de M. **P. Cappe de Baillon**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans un travail consacré à l'embryologie, à la morphologie et à la biologie des Insectes monstrueux (²), il a été démontré que la fécondité absolue des monstres doubles du *Carausius morosus* (Orthopt., Phamides) était inférieure à celle des sujets normaux, mais que le taux de la ponte quotidienne était plus élevé chez les premiers que chez les seconds; autrement dit, que la monstruosité, en abrégeant la durée de la vie des Insectes monstrueux, réduisait la période de la ponte, mais augmentait légèrement l'activité de l'ovaire. Il reste à dire quelle est la part de l'hérédité dans la descendance des monstres doubles.

On a vu que la régulation de forme exerçait son influence dès les premiers stades de l'embryogénie et tendait à ramener et à maintenir l'embryon monstrueux dans les proportions de l'embryon régulier. Cette force régulatrice, en prolongeant son action pendant toute la durée de la vie larvaire, aboutit à la réalisation d'un monstre adulte à peine différent de l'individu normal.

Porteurs d'anomalies ainsi réduites, les monstres doubles ne peuvent léguer à leur descendance des organes surnuméraires bien développés, mais ils pourraient lui laisser des tares plus ou moins apparentes. Or il est impossible de découvrir la moindre trace des anomalies maternelles, même dans la descendance des pondeuses qui ont conservé à peu près intacts les caractères monstrueux qu'elles possédaient à l'état larvaire.

Comme les femelles normales, les femelles monstrueuses pondent un certain nombre d'œufs pluriovulaires, mais : 1° ce nombre n'excède pas le nombre des œufs pluriovulaires pondus par les femelles normales; 2° le

(¹) P. Cappe de Baillon, *Monstres doubles et intersexués chez les Phasmides* (*Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1373); *Caractères généraux des monstres doubles chez les Phasmides* (*Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1790); *Un problème de tératogenèse. Monstre double de Phasmide* (Carausius morosus *Br.*) (*C. R. Soc. biol.*, **93**, 1925, p. 163); *Sur l'embryogenèse des Monstres doubles chez les Phasmides* (Carausius morosus *Br.*) (*Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 479).

(²) P. Cappe de Baillon, *Recherches sur la Tératologie des Insectes* (1 vol. de l'*Encyclopédie entomologique*, Lechevalier, Paris, 1927)

coefficient de monstruosité (¹) des femelles monstrueuses n'est pas plus élevé que le coefficient des pondeuses ordinaires (soit 14,82; 9,12; 9,38; 6,39; 4,75; 3,21; 14,16 pour les monstres doubles, contre 11,64; 10,19; 12,3 pour les pondeuses normales ayant les coefficients les plus élevés); 3° les monstres doubles, issus de ces œufs monstrueux, offrent des caractères qui n'ont aucune connexion avec les caractères maternels. Comme, d'autre part, l'étude anatomique des centres nerveux — centres si profondément modifiés chez le monstre adulte — n'a révélé jusqu'ici, dans la descendance des monstres doubles, aucune anomalie apparente, il faut admettre que les caractères tératologiques des monstres doubles ne se transmettent pas à leur descendance.

Mais, de ce que les tares purement morphologiques ne sont pas héréditaires, il ne s'ensuit nullement que les descendants des monstres doubles soient normaux. La descendance directe des monstres doubles du *Carausius morosus*, la seule qui ait été suivie, comporte un très grand nombre d'intersexués quand elle n'en est pas entièrement composée. Les intersexués, à de rares exceptions près, sont des femelles légèrement masculinisées, caractérisées par un rétrécissement notable du thorax et une pigmentation rougeâtre plus ou moins étendue du mésosternum, du métasternum et du métanotum.

En attendant l'étude cytologique de ce matériel — les monstres doubles ont fourni un total de 1465 œufs — il est permis de tirer de ces données quelques conclusions intéressantes concernant l'origine des intersexués en général, l'apparition brusque dans une lignée d'intersexués en nombre considérable, le rôle de l'élément mâle dans la détermination du phénomène. S'il est vrai que la chromatine est le facteur principal de l'intersexualité, l'exemple du *Carausius morosus* prouve que l'influence de ce facteur est plutôt quantitative que qualitative. Enfin, il n'est pas inutile de rappeler, en terminant, que si la fusion des ooplasmes dans les œufs pluriovulaires du *Carausius morosus* ne peut être mise en doute, la fusion des noyaux de ces mêmes œufs n'a pas été observée jusqu'ici. Bien plus, les premières phases du développement de l'embryon double sembleraient plutôt indiquer que cette fusion n'a pas lieu.

(¹) Le *coefficient de monstruosité* est le nombre pour cent des monstres doubles issus des œufs mal conformés d'une ponte donnée; il a été établi pour un total de 59 521 œufs.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la compressibilité comparée du sérum et des globules du sang de cheval.* Note de M. **Maurice Fontaine**, présentée par M. C. Matignon.

Au moyen d'une méthode piézométrique d'une précision éprouvée, nous avons déterminé le coefficient de compressibilité moyen des différents constituants du sang de cheval.

Le sang employé était recueilli aux abattoirs et défibriné au sortir du vaisseau. Le piézomètre était rempli soit de sang complet, bien agité pour assurer la répartition uniforme des globules, soit de sérum, obtenu par centrifugation du sang défibriné.

COEFFICIENTS DE COMPRESSIBILITÉ COMPARÉS DU SÉRUM ET DU SANG COMPLET DÉFIBRINÉ.

Pressions en kilogrammes par centimètre carré.	Coefficient de compressibilité du sérum $\times 10^6$.	du sang complet défibriné $\times 10^6$.
Première série. — Température : 18°.		
1 à 200	44,0	42,3
200 à 500	39,3	37,1
500 à 800	36,4	34
Deuxième série. — Température : 19°.		
1 à 200	43,3	41,1
200 à 400	40,5	37,2
400 à 600	38,4	35,7

Les résultats concordants de ces diverses expériences montrent que le sang complet est moins compressible que le sérum; nous avons voulu vérifier directement que c'étaient bien les globules qui diminuaient la compressibilité du sang complet.

Pour cela, des globules, obtenus par centrifugation du sang défibriné, étaient répartis, suivant les proportions indiquées par le tableau, dans une solution de chlorure de sodium à 9 pour 1000.

COEFFICIENTS MOYENS DE COMPRESSIBILITÉ DE 1 A 500^{kg} PAR CENTIMÈTRE CARRÉ A 17°

		Solution de NaCl à $\frac{9}{1000}$		
Sérum.		+ 30 pour 100 de globules.	+ 80 pour 100 de globules.	+ 200 pour 100 de globules.
41,3........	42,3	40,9	38,3	36,6

Conclusions. — 1° Le sérum du sang de cheval est moins compressible qu'une solution isotonique de chlorure de sodium.

2° Le sang complet est moins compressible que le sérum du même sang.

3° Une suspension de globules dans une solution de chlorure de sodium isotonique au sérum est d'autant moins compressible qu'elle est plus riche en globules.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Méthode de différenciation des sérums pathologiques (cancer, syphilis, tuberculose). Sur les caractères du sérum cancéreux.* Note [1] de MM. **Roger Douris** et **Georges Giquel**, présentée par M. d'Arsonval.

Le sérum sanguin est un milieu constitué surtout par des matières albuminoïdes en équilibre avec une certaine concentration en substances salines et en particulier en chlorure de sodium.

Cet équilibre assez stable dans le sérum normal résiste à de petites variations dans la concentration des substances salines ou dans les proportions respectives des deux catégories de constituants. Il n'en est plus de même lorsque le sérum provient d'un individu syphilitique, tuberculeux ou cancéreux.

Ce déséquilibre peut être mis en évidence par de nombreux réactifs sérologiques de composition complexe. Nous avons pensé à substituer à ceux-ci l'eau distillée. L'addition de cette dernière au sérum à examiner, en abaissant la concentration saline, détermine la précipitation partielle des globulines dont on aperçoit aujourd'hui le rôle important dans les phénomènes d'immunité.

Nous avons examiné systématiquement cette action en effectuant des dilutions diverses de façon à étudier l'intensité de la floculation produite,

---

[1] Séance du 28 février 1927.

l'influence du temps sur la quantité de précipité formé et les rapports entre cette précipitation et l'état pathologique.

Pour évaluer numériquement les résultats, au lieu de comparer les troubles produits par l'eau distillée dans un sérum normal et dans un sérum pathologique, nous avons voulu tenir compte de l'état initial propre à chaque sérum. Pour cela, nous avons constitué un témoin de comparaison formé par une dilution du sérum dans les mêmes proportions au moyen d'une solution de chlorure de sodium à 9 pour 1000 qui le maintient dans sa stabilité primitive.

L'étude des courbes de précipitation qui figureront dans un autre recueil nous a conduits à la technique suivante pour les sérums soumis à notre examen.

Technique. — Dans quatre petits tubes de 13mm de diamètre et 60mm de hauteur, on fait les dilutions suivantes au $\frac{1}{8}$ et au $\frac{1}{11}$ du sérum à examiner âgé de 24 heures. [Il est indispensable que le sang soit prélevé dans des conditions (1) qui permettent d'obtenir un sérum clair et ne contenant pas d'hémoglobine.]

	Tubes nos 1.	2.	3.	4.
Sérum	0,2	0,2	0,2	0,2
Eau distillée	1,4	»	2,0	»
Eau salée (NaCl 9 pour 1000)	»	1,4	»	1,4

On constate, après agitation, que les tubes contenant du sérum et de l'eau distillée présentent souvent une opalescence plus ou moins marquée. Celle-ci peut être mise en évidence en plaçant à côté l'un de l'autre le tube à réaction et le tube témoin correspondant.

Dix minutes après le mélange, le contenu de chaque tube est agité de nouveau et placé dans la petite cuve parallélépipédique du photomètre Yvon. On détermine la différence de densité optique qui existe entre les tubes 1 et 2 d'une part et 3 et 4 d'autre part.

Les différences (en centièmes de densité optique) constatées entre les tubes 1 et 2 sont nulles pour les sérums normaux et s'évaluent par un nombre compris entre 0 et 3 pour les sérums de maladies qui ne déterminent pas l'altération physico-chimique du sang. Pour les sérums syphilitiques, les nombres trouvés s'étalent entre 3 et 10. Enfin, ce qui présente un grand intérêt, pour toute une série de cancéreux examinés dont l'affection avait été confirmée par des examens histologiques, les nombres trouvés ont été voisins de 10 ou supérieurs à ce nombre. A noter cependant que quelques sérums de tuberculeux cachectiques sont venus se placer dans une zone d'empiètement sur les sérums syphilitiques et cancéreux.

Les tubes 3 et 4 permettent de contrôler les mesures faites sur les tubes 1 et 2. La

(1) R. Douris, *Guide pratique pour l'analyse du sang*, p. 10 (Vigot frères, édit.; Paris, 1925).

dilution $\frac{1}{11}$ amène un déséquilibre immédiat plus accentué et les chiffres obtenus sont supérieurs de 2 à 3 unités aux différences constatées entre les tubes 1 et 2.

Conclusions. — I. Il est singulier que des maladies aussi différentes que la syphilis, la tuberculose et le cancer soient caractérisées par un déséquilibre sérique analogue. Ceci explique les résultats bien connus observés dans les méthodes de séro-diagnostic de la syphilis et de la tuberculose dans lesquelles la moindre variation de sensibilité du réactif antigénique vient fausser la spécificité.

II. Les différences d'intensité de ces floculations viennent à l'appui de l'hypothèse d'après laquelle la syphilis et la tuberculose formeraient « le lit du cancer ».

III. Un nombre élevé supérieur à 10, dans les conditions expérimentales décrites, est en faveur du diagnostic du cancer.

HISTOLOGIE PATHOLOGIQUE. — Encephalitozoon Negrii, *parasite de l'encéphalo-myélite des jeunes chiens.* Note de MM. **Y. Manouelian** et **J. Viala**, présentée par M. Roux.

L'encéphalo-myélite des jeunes chiens, que l'on désigne habituellement sous le nom de forme nerveuse de la maladie du jeune âge, présente, surtout dans sa forme aiguë, un ensemble de symptômes que l'on retrouve dans la rage. A l'autopsie même, les constatations sont souvent identiques, matières étrangères dans l'estomac, etc. Ces analogies rendent le diagnostic de ces maladies fort difficile; des cliniciens émérites s'y sont trompés.

Or, comme celui de la rage, le parasite de l'encéphalo-myélite des jeunes chiens est un *Encephalitozoon.* Nos travaux sur douze cas de la forme aiguë de cette maladie le prouvent. Nous avons étudié chez tous les animaux l'écorce cérébrale, la corne d'Ammon, la couche optique, le bulbe olfactif, le cervelet, la protubérance, le bulbe rachidien, la moelle épinière. Voici le résultat de nos recherches.

Il s'agit de corpuscules allongés, ovoïdes, fusiformes, en navette, dont certains présentent des espaces clairs dans leur intérieur. Ils sont de dimension variable, 1 à 2^{μ} en moyenne. Ils se colorent en rouge par la méthode de Mann et sont entourés d'un halo transparent.

Ces corpuscules ressemblent à l'organisme découvert par J. H. Wright et E. M. Craighead dans l'encéphalite dite spontanée du lapin, organisme que Levaditi et ses collaborateurs ont désigné sous le nom d'*Encephalitozoon*

cuniculi. Ils ressemblent aussi d'une façon frappante au parasite de la rage.

On les rencontre, soit isolés, soit réunis en amas plus ou moins considérables dans les centres nerveux précités, aussi bien dans la substance grise que dans la substance blanche, mais ils ne sont jamais groupés en pseudokystes comme l'*Encephalitozoon cuniculi*.

En même temps que ces corpuscules nous en avons découvert d'autres qui permettent d'expliquer la filtrabilité du parasite. En effet, à côté des individus mesurant 1 à 2^{μ}, il en existe de plus petits et l'on constate toute une graduation jusqu'aux corps tout à fait minuscules, à la limite de la visibilité, qui parfois prodigieusement nombreux constellent le tissu nerveux. Il en est aussi dont la dimension dépasse 2^{μ}. Un examen approfondi permet cependant de reconnaître des stades intermédiaires entre toutes ces formes et les corps d'aspect homogène décrits par Lentz, ainsi que les corpuscules contenant des inclusions, signalés par Sinagaglia et récemment encore par Gerlach, jusqu'enfin aux corps de *Negri* typiques. En effet nous venons de découvrir dans l'encéphalo-myélite des jeunes chiens des corps qui renferment, comme dans la rage et à la différence des corpuscules de Sinagaglia, des inclusions contenant des points centraux. Faisons remarquer que parmi les chiens atteints de cette maladie, chez un certain nombre seulement, les auteurs avaient rencontré leurs corpuscules.

Quels sont les rapports du parasite avec le tissu nerveux? Une différence fondamentale entre les parasites de la rage et de l'encéphalo-myélite des jeunes chiens : alors que celui-là se trouve dans l'intérieur du cytoplasme et des dendrites des cellules nerveuses, celui-ci s'observe en dehors de ces cellules. Toutes les formations que nous venons de décrire peuvent présenter des connexions plus ou moins intimes avec les neurones, mais elles n'y sont pas incluses. Les formes intra-cellulaires, nous ne les nions pas, mais elles sont très rares, excessivement rares.

La répartition des parasites dans les centres nerveux n'est pas la même que celle de la rage. Ils ne sont pas très abondants dans la corne d'Ammon. Ils pullulent par contre au niveau des couches superficielles de certaines circonvolutions cérébrales. On les rencontre aussi en très grand nombre dans quelques portions de la couche des grains et de la substance blanche du cervelet, de la protubérance du bulbe rachidien. Signalons leur présence dans le voisinage et au niveau de l'épithélium des ventricules du cerveau, du quatrième ventricule et du canal de l'épendyme. Mais là aussi les parasites sont extra-cellulaires.

Chez un certain nombre de chiens atteints d'encéphalo-myélite, il existe

une localisation des parasites au niveau des glandes salivaires; en effet, nous avons retrouvé dans ces organes toutes les formations que nous venons de décrire dans le système nerveux central. Les parasites existent au niveau des cellules des acini et des cellules des canaux excréteurs. Or, ils offrent la même disposition dans les glandes salivaires que dans le névraxe. Ils sont extra-cellulaires, au niveau, mais en dehors des cellules parenchymateuses. Fait intéressant : on les rencontre parfois dans la lumière des canaux excréteurs; il est donc prouvé qu'ils passent dans la bave.

Nous n'avons jamais constaté dans nos cas les kystes signalés — 5 fois sur 22 — par Kantarowicz et Lévy dans le cerveau des chiens atteints d'encéphalo-myélite. Nous croyons qu'il s'agit là d'un parasitisme accidentel n'ayant aucun rapport avec cette maladie.

La constance des formations que nous venons de décrire dans la forme nerveuse de la maladie des jeunes chiens, leur analogie avec les *Encephalitozoon cuniculi* et *rabiei*, leur pullulation en dehors des cellules nerveuses et dans les régions du névraxe, où celles-ci sont rares ou totalement absentes, leur présence en quantité considérable dans les glandes salivaires, nous permettent d'affirmer qu'il s'agit d'un parasite spécifique. Aussi, *sans nullement préjuger de sa nature*, mais seulement pour souligner sa ressemblance avec les *Encephalitozoon cuniculi* et *rabiei*, nous l'avons désigné sous le nom d'*Encephalitozoon Negrii*.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Étiologie vermineuse de certains cancers.* Note [1] de M. A. **Borrel**, présentée par M. Roux.

En 1906, dans un Mémoire lu à l'Académie de Médecine, nous avions signalé dans les sarcomes du foie chez le rat, la présence constante au centre de la tumeur d'un cysticerque de *Tænia crassicola* du chat. L'élevage nous en avait fourni plusieurs cas, et nous avions démontré par l'inoculation en série du tissu de la tumeur qu'il s'agissait bien d'un cancer.

Ces faits ont été unanimement confirmés et, en 1921, deux Américains, MM. Bulloch et Curtis, ont pu reproduire expérimentalement cette tumeur en faisant ingérer à des rats des œufs de *T. crassicola* du chat. Sur 1100 rats qui ont servi à cette expérience, dont 500 environ avaient survécu, ils ont obtenu 85 cas de sarcome du foie.

---

[1] Séance du 28 février 1927.

Nous avons nous-même réalisé cette infestation plusieurs fois et obtenu plusieurs cas de sarcome expérimental ; un cas récent nous a permis de voir sur coupe la tête du tænia implantée au centre de la tumeur avec tous ses crochets de fixation. Le sarcome du foie du rat doit donc être considéré comme le premier exemple d'une tumeur cancéreuse incontestable, à étiologie parasitaire démontrée.

Le cysticerque seul (comme agent irritant) est-il capable de créer la maladie cancéreuse? Ou bien n'est-il que le vecteur d'un virus qu'il porte en bonne place? Ce deuxième problème étiologique reste à résoudre.

A la même époque, en 1906, dans le même travail et ultérieurement dans d'autres publications, nous avions signalé la présence fréquente d'un nématode au voisinage de tumeurs cancéreuses de la mamelle chez la souris, et j'avais aussi incriminé ce nématode comme agent étiologique.

Dans un élevage de souris organisé pour l'étude du cancer, les 4000 souris qui constituent l'élevage sont examinées systématiquement tous les quinze jours, et les tumeurs constatées qui n'ont certainement pas plus de 15 jours sont coupées en totalité et examinées au microscope; on examine en même temps et systématiquement les autres mamelles de la souris cancéreuse, même s'il n'y a pas de tumeur visible à l'œil nu; il n'est pas rare que la même souris présente 2, 3, 4 cancers à divers degrés de développement dans les différentes mamelles dont elle est abondamment pourvue.

Depuis le mois de novembre, nous avons eu la bonne fortune de rencontrer trois fois le ver incriminé jadis, et qui se trouve être une filaire, dans des tumeurs cancéreuses au début de leur développement; l'un des cancers mesure à peine $0^{mm},5$ de diamètre, le deuxième environ 2^{mm}; ces deux tumeurs ont été des trouvailles d'autopsie et d'examen microscopique; le troisième est gros comme un grain de plomb n° 6 et avait été diagnostiqué du vivant.

Dans le premier cas, le parasite se trouve exactement dans la tumeur; dans le deuxième cas, il est au voisinage immédiat de la tumeur et enfin dans le troisième cas, il est dans la glande mammaire à une distance de 2 à 3^{mm} à peine.

Les préparations ont été reproduites photographiquement.

Les filaires sont vivantes et les embryons qu'elles contiennent paraissent mûrs.

Je ferai remarquer que la recherche de cette filaire microscopique (à peine visible à l'œil nu lorsqu'elle est colorée) n'est pas facile; elle est

invisible à l'état frais dans les tissus; les trois constatations positives que je présente n'en ont que plus de valeur démonstrative.

Je ferai remarquer aussi que le parasite est vivant, qu'il est là seulement de passage et que la recherche aurait probablement été négative si la souris cancéreuse avait été sacrifiée 2 ou 3 jours plus tard.

Plus développées, les tumeurs auraient gardé le secret de leur origine.

Un grand progrès sera fait dans l'étude du cancer de la souris le jour où l'on pourra infester à coup sûr les souris en expérience et avoir à coup sûr des élevages sans filaire et avec filaire.

On peut déjà prévoir une étiologie fort complexe et à plusieurs degrés.

Y a-t-il un ectoparasite de la souris qui inoculerait la filaire ? (Beaucoup de puces sont constatées dans notre élevage à cette période de l'année.)

Y a-t-il une période de l'année correspondant à la ponte des embryons sous la peau où cette infestation se ferait plus facilement ? (nous avons pu constater la présence de jeunes embryons éclos dans le tissu cellulaire sous-cutané).

L'infestation se fait-elle seulement par pénétration cutanée comme par d'autres filaires ?

Puisque la filaire adulte peut circuler dans les glandes mammaires les jeunes souris pourraient-elles s'infester au moment de l'allaitement ?

Beaucoup de questions sont encore à élucider au point de vue étiologique. Là aussi se posera la question d'un virus possible apporté par la filaire au niveau de la glande mammaire.

La souris est un animal précieux pour les études sur le cancer puisque on peut assez facilement avoir à sa disposition des cancers à l'état naissant et qui datent de 8 à 15 jours à peine.

De pareilles recherches sont impossibles dans la plupart des cas de cancer humain, qui, lorsqu'ils sont diagnostiqués, sont constitués depuis longtemps.

La séance est levée à 15^h40^m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1926.

Abridged scientific publications from the research Laboratories of the Eastman Kodak company. Rochester.
Academia romana : Memoriile sectiunii stiintifice (Bulletin de la section scientifique). Bucuresti.
Académie des Sciences (Annuaire). Paris.
Académie roumaine (Bulletin de la section scientifique). Bucarest.
Académie royale de Belgique; classe des sciences : Mémoires (collection in-8°). Bruxelles
Académie royale de Belgique; classe des sciences : Mémoires (collection in-4°). Bruxelles.
Académie tchèque des Sciences (Bulletin international). Prague.
Academy of natural Science of Philadelphia (Year book. Annual report). Philadelphia.
A. C. F. Automobile-Club de France (Bulletin officiel). Paris.
Acta Academiæ Aboensis; II. Mathematica. Åbo.
Acta et commentationes universitatis Dorpatensis. Tartu.
Acta mathematica. Stockholm.
Acta Horti botanici Universitatis Latviensis. Riga.
Acta scholæ medicinalis universitatis imperialis in Kioto. Kioto.
Actas das Assembleas gerais. Lisboa.
Acta Societatis botanicorum Poloniæ. Varsovie.
Acta Societatis scientiarum naturalium Moraviæ. Brno.
Actes de la Société linnéenne de Bordeaux. Bordeaux.
Actes du Muséum d'histoire naturelle de Rouen. Rouen.
Actes et comptes rendus de l'Association colonies-sciences. Paris.
Action (L') régionaliste. Paris.
Akadémiai Értesítö. Budapest.
Akademie der Wissenschaften in Wien (Almanach). Wien.
— *(Denkschriften).* Wien.
— *(Sitzungsberichte).* Wien.
Almanaque nautico. San Fernando.
American ephemeris and nautical almanac. Washington.
American journal of botany. Lancaster, London.
American journal of mathematics. Baltimore.
American journal of philology. Baltimore.
Anales de la Facultad de medicina. Montevideo.

Anales de la Sociedad cientifica argentina. Buenos-Aires.
Anales de la Universitad central. Quito.
Anales del Instituto geologico de Mexico. Mexico.
Anales del Instituto y observatorio de marina. San Fernando.
Anales del Ministerio de Agricultura de la Nacion. Buenos-Aires.
Anales del Museo nacional de ciencias naturales. Madrid.
Annaes do Museu Paulista. Sao Paulo.
Annaes scientificos da Academia polytechnica do Porto. Coïmbra.
Annalen der Schweizerischen meteorologischen Zentral-Anstalt. Zurich.
Annalen van de sterrewacht te Leiden. Haarlem.
Annales de Chimie. Paris.
Annales de la Faculté des sciences de Marseille. Marseille.
Annales de la Société d'Agriculture... du département de la Loire. Saint-Étienne.
Annales de la Société géologique de Belgique. Liége.
Annales de la Société royale zoologique de Belgique. Bruxelles.
Annales de la Société scientifique de Bruxelles. Louvain, Paris.
Annales de l'Institut national agronomique. Paris.
Annales de l'Institut océanographique. Paris.
Annales de l'Institut Pasteur. Paris.
Annales de l'Observatoire de Ksara (Liban).
Annales de l'Observatoire de Zô-Sé (Zi-Ka-Wei). Chang-Hai.
Annales de l'Office national des combustibles liquides. Paris.
Annales de médecine et de pharmacie coloniales. Paris.
Annales de physique. Paris.
Annales des épiphyties. Paris.
Annales des mines ou recueil de mémoires sur l'exploitation des mines et sur les sciences et les arts qui s'y rattachent. Paris.
Annales des Ponts et Chaussées (Parties technique et administrative). Paris.
Annales des services techniques d'hygiène de la Ville de Paris. Paris.
Annales du Bureau central météorologique de France. Paris.
Annales du Musée colonial de Marseille. Marseille.
Annales du Musée du Congo belge. Bruxelles.
Annales scientifiques de l'Université de Jassy. Jassy.
Annali d'igiene. Roma.
Annals of Harvard College Observatory.
Annals of the astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge, Mass.
Année biologique (L'). Paris.

(*A suivre.*)